

dr hab. inż. Agnieszka Tomaszewska, prof. uczelni
Politechnika Gdańska
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska
Katedra Mechaniki Budowli
ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk
e-mail: atomas@pg.edu.pl

Gdańsk, 11 grudnia 2025

RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

mgr inż. Agnieszki Lenartowicz

pt. „Analiza dźwigarów powierzchniowych z uwzględnieniem anizotropii materiałowej, tłumienia i oddziaływania ośrodka zewnętrznego”

Promotor: dr hab. inż. Michał Guminiak, prof. PP

Promotor pomocniczy: dr inż. Maciej Przychodzki

1. Podstawa formalna opracowania recenzji

Recenzja została opracowana w odpowiedzi na pismo Pana Przewodniczącego Rady Dyscypliny Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport Politechniki Poznańskiej, prof. dr hab. inż. Jacka Pielechy, z dnia 08.10.2025 r.

2. Ogólna charakterystyka rozprawy

2.1. Struktura pracy

Przedstawiona do oceny praca doktorska napisana jest w języku polskim. Obejmuje 262 strony tekstu głównego, zawierającego wprowadzenie do podjętej tematyki badań i 11 rozdziałów oraz 42 strony zawierające streszczenie w języku polskim i angielskim, spis treści, wykaz skrótów i oznaczeń, spis rysunków, spis tabel, a ponadto bibliografię, skorowidz oraz obszerny, 37-dmiostronicowy dodatek A. Doktorantka zawarła w pracy 116 referencji w języku angielskim lub polskim, którymi są artykuły naukowe, rozdziały w monografiach, materiały konferencyjne i książki.

2.2. Krótkie przedstawienie treści rozprawy

W rozdziale pierwszym przedstawiono literaturę dotyczącą zagadnień poruszonych w pracy. Są to pozycje dotyczące metod obliczeniowych MES, MEB i MRS, a także literatura dotycząca podmiotu pracy, czyli płyt cienkich (w próżni i zanurzonych w płynie) – w ujęciu statyki i dynamiki, w tym z uwzględnieniem elementów tłumiących drgania. Przedstawiono też krótko literaturę z zakresu losowej analizy konstrukcji oraz analizy stateczności. W odniesieniu do

tego przeglądu Doktorantka zidentyfikowała pięć luk badawczych, których wypełnienia się podjęła. W kontekście prezentowanej literatury Doktorantka zapowiada treść pracy.

W rozdziale drugim, Doktorantka przedstawia zakres pracy, opisuje postawione problemy i hipotezy badawcze. Ta treść klarownie wyjaśnia kolejność zadań, co jest potrzebne, bo praca jest rozległa tematycznie.

W rozdziale trzecim omówiono teorię sprężystości płyt cienkich oraz wybrane przykłady. Rozważono dwa modele materiałowe – izotropowy i ortotropowy oraz stałą lub zmienną grubość płyt. Szczegółowo omówiono dwie metody rozwiązywania równania równowagi – elementów skończonych (MES) oraz różnic skończonych (MRS). W MES Doktorantka opisuje kilka sposobów wyboru punktów całkowania, do których odwołuje się w przykładach następujących w pracy i proponuje autorski sposób całkowania numerycznego, który jest modyfikacją metody Gaussa. Poprawność działania skonstruowanych algorytmów Doktorantka sprawdza na trzech przykładach płyt z różnymi warunkami podparcia, różnym obciążeniem i grubością.

W rozdziale czwartym rozważono analizę dynamiczną płyt w próżni, w szczególności zagadnienie własne. Ponownie, szczegółowo opisano sposób rozwiązania zagadnienia w ujęciu MES i MRS, z podaniem przydatnych funkcji w środowisku Octave. Skuteczność skonstruowanych algorytmów obliczeniowych sprawdzono na czterech przykładach.

W rozdziale piątym rozważono zagadnienie własne pojedynczych płyt zanurzonych w płynie. Doktorantka zaangażowała do obliczeń kolejną metodę, elementów brzegowych (MEB), by wyznaczyć macierz bezwładności płynu, zatem problem własny jest rozwiązywany teraz przy kombinacji metod MEB-MES i MEB-MRS. W rozdziale szóstym Doktorantka komplikuje zadanie poprzez dołożenie do układu płyta-ciecz kolejnej płyty. Opracowuje algorytm, zakładający dowolną odległość między dwiema równoległymi względem siebie płytami, ułożonymi w dwóch różnych płaszczyznach lub w jednej. Takie zadanie jest szczególnie niebanalne i wymaga od Doktorantki dużego zaangażowania aparatu matematycznego. Dokładne wyjaśnienia algorytmu obliczeniowego są uzupełnione fragmentami kodu numerycznego w MES i MEB.

Doktorantka przyjęła podejście systematyczne do sprawdzenia skuteczności zbudowanych w rozdziałach 5 i 6 algorytmów, tzn. w pierwszej kolejności, w rozdziale 5, rozważono pojedyncze płyty o różnych warunkach podparcia, prawach materiałowych i różnych grubościach, ułożonych prostopadle lub równolegle do lustra wody, zanurzonych częściowo lub całkowicie w wodzie. Dopiero później, w rozdziale 6 sprawdzono skuteczność algorytmów MES i MEB wyznaczania częstości drgań czterech różnych typów układów dwóch płyt zanurzonych w wodzie.

Rozdział 7. dotyczy analizy dynamicznej płyt cienkich, wyposażonych w lepkosprężyste tłumiki drgań, zdefiniowane według uogólnionego modelu Maxwella lub modelu ułamkowego, z uwzględnieniem zmiany temperatury w otoczeniu tłumika. Problem drgań takiego układu zdefiniowano w MES, a merytorycznie trudne zadanie rozwiązania nieliniowego problemu własnego jest omówione z zastosowaniem metod kontynuacji oraz podprzestrzennych iteracji. Skuteczność algorytmów obliczeniowych badana jest w dwóch przykładach i oceniona poprzez analizę zbieżności częstości drgań płyty i współczynnika tłumienia przy zagęszczaniu siatki ES lub poprzez zastosowanie obu metod rozwiązania nieliniowego problemu własnego. Ten rozdział jest pewnym wstępem do rozdziału 8., gdzie

opisano optymalizację lokalizacji tłumików na płycie z uwagi na maksymalny efekt tłumienia drgań płyty. Zadanie optymalizacyjne rozwiązano metodą roju cząstek. Opracowany algorytm zastosowano do identyfikacji położenia jednego tłumika na płycie oraz czterech. Tak wybrane przykłady pozwoliły analizować zadanie, w którym wynik nie zależy od punktu początkowego oraz zadanie z wynikiem zależnym od wyboru punktu początkowego.

W rozdziałach 9 i 10 kolejno rozważono problem dynamiki płyt w ujęciu losowym oraz problem stateczności płyt. Ostatni rozdział niejako domyka zawartość rozprawy, ponieważ zagadnienie stateczności jest problemem analogicznym do zagadnienia własnego w dynamice. W analizie losowej wyznaczono charakterystyki probabilistyczne częstości drgań własnych w wybranych przykładach, rozważanych wcześniej w pracy w sposób deterministyczny. W analizie losowej przyjęto szereg parametrów opisujących zadanie jako zmienne losowe.

Rozdział 11 zawiera podsumowanie i wnioski końcowe.

2.3. Ocena aktualności i znaczenia podjętych badań

Rozprawa doktorska mgr inż. Agnieszki Lenartowicz dotyczy mechaniki płyt cienkich. Przeprowadzone badania leżą w grupie badań podstawowych. Doktorantka w sposób systematyczny prowadzi analizę mechanicznego zachowania się płyt cienkich (statycznego i dynamicznego) w różnych przypadkach, którymi są: izotropia, ortotropia, stała lub zmienna grubość, różne warunki otoczenia (próżnia, ciecz, zmienna temperatura), obecność tłumików zewnętrznych, losowość parametrów zadania. Następnie, na końcu pracy Doktorantka wyciąga wnioski o skuteczności różnych metod numerycznych w różnych przypadkach szczegółowych, a także identyfikuje istotne parametry w różnych typach zadań. Praca jest rozległa tematycznie, ale przy tym spójna, bo zaczyna się od problemów podstawowych w teorii płyt cienkich, a następnie tematyka jest rozwinięta na problemy zaawansowane.

Dokładność opisów teorii i sposobów rozwiązań oraz przedstawienie rozwiązań specyficznych zagadnień mechaniki płyt, takich jak np. obecność otaczającego płynu, obecność tłumików drgań (w różnych wariantach i temperaturach), czy nieliniowe zagadnienie dynamiczne w ujęciu probabilistycznym powoduje, że praca jest istotnym uzupełnieniem literatury w zakresie mechaniki płyt.

3. Szczegółowa ocena rozprawy

3.1 Ocena merytoryczna

W pracy rozwiązano kilka nietypowych zagadnień mechaniki płyt cienkich z wykorzystaniem autorskich skryptów obliczeniowych. Doktorantka bardzo dobrze kontroluje poprawność obliczeń dzięki odniesieniu do wyników literaturowych, niespiesznej analizie, z rozważaniem kilku stopni zagęszczenia siatki obliczeniowej, a także dzięki stopniowemu utrudnianiu przykładów. Wszystkie opisy teorii i sposobów rozwiązań opracowano szczegółowo i precyzyjnie. Obliczenia wykonano z zastosowaniem własnych procedur, napisanych w środowisku Octave. W pracy zawarto fragmenty kodów. Jej treść może być dobrym przewodnikiem dla osób chcących samodzielnie zaprogramować zadanie dotyczące płyt cienkich według metody MES lub MRS.

Praca wyróżnia się zakresem rozważonych zagadnień dla płyt prostokątnych. Mgr inż. Agnieszka Lenartowicz zaczyna swoje rozważania od prostszych przykładów jakimi są analiza statyczna lub dynamiczna płyt w próżni, ale następnie stopniowo przechodzi do analiz, które należy uznać za zaawansowane. Każdy temat ilustrowany jest wielowariantowymi przykładami, co pozwala Doktorantce dobrze sprawdzić skuteczność przyjętych metod i skonstruowanych algorytmów obliczeniowych. Przyjęte w pracy stopniowe zwiększanie trudności zadań ma wiele zalet. Przede wszystkim pozwala Doktorantce kontrolować prowadzone rozwiązania, co skutkuje tym, że problemy najbardziej złożone, jak optymalizacja w nieliniowym problemie własnym, tzn. położenia tłumików w płycie z uwagi na maksymalizację efektu tłumienia można uznać za poprawnie rozwiązane. Ponadto, stopniowe zwiększanie trudności zadań pozwala czytelnikowi lepiej je zrozumieć.

Należy uznać, że opracowane rozwiązania zaawansowanych problemów mają szeroki wachlarz zastosowań praktycznych. Dotyczy to np. problemu płyt lub ich układów częściowo lub całkowicie zanurzonych w wodzie, ułożonych różnie względem jej lustra, który może być użyty do obliczeń konstrukcji posadowionych w dnie zbiorników wodnych. Podobnie problem lokalizacji tłumików w drgającej płycie ma praktyczne znaczenie w zagadnieniach tłumienia drgań konstrukcji (np. wsporczych pod maszyny). Zabrakło mi jednak w pracy jednoznacznej oceny, która z badanych metod numerycznych jest bardziej skuteczna w danym przypadku i dlatego jest rekomendowana w danym ogólnym przypadku, np. statyki, czy dynamiki liniowej. Doktorantka co prawda w każdym przykładzie i w podsumowaniu pracy dyskutuje skuteczność obu metod (MRS i MES), jednak jest to dyskusja szczegółowa, nierozstrzygająca o tym, którą metodę miałaby wybrać osoba planująca samodzielne obliczenia.

3.2 Ocena formalnej strony rozprawy

Pracę napisano z dużą dbałością o poprawność językową i formalną. Pracę cechuje niezwykła precyzja opisów, bogato ilustrowanych schematami. Odpowiednio dobrano odniesienia do literatury, precyzyjne są też odniesienia do wzorów, tabel i rysunków. Jedyna rzecz, jaką można by poprawić dotyczy oznaczania kierunków. To znaczy, w niektórych miejscach, np. na stronach 61, 68 Doktorantka pisze o „przemieszczeniach pionowych” płyt. Poprawniej merytorycznie byłoby pisanie o przemieszczeniach w kierunku prostopadłym do płaszczyzny środkowej płyty. Podobnie w przykładzie 3.3 napisano „liniowa zmienność grubości występuje wzdłuż kierunku poziomego”, zamiast „... występuje w kierunku płaszczyzny środkowej”.

3.3 Dyskusja i spostrzeżenia krytyczne

Poniżej wymieniono zauważone w pracy elementy, które szczególnie warto poddać dyskusji.

Rozdział 2

- Zastanawiam się, czy koniecznym było postawienie w pracy hipotez badawczych. Praca doktorska Pani mgr inż. Agnieszki Lenartowicz broni się swoją treścią, a postawione hipotezy brzmią jakby były raczej szczegółowymi pytaniami. Hipotezy badawcze powinny być naukowo nieoczywiste, tymczasem postawione w pracy hipotezy 1, 2 i 4

brzmia tak, jakby były sformułowane przy znanej już odpowiedzi, ponieważ są mocno zawężone merytorycznie.

- Pytanie nr 4 w liście problemów badawczych powinno być skonstruowane inaczej, ponieważ rozwiązanie optymalnego poszukuje się ze względu na wybrane już kryterium. Nie można zatem pytać o rozwiązanie optymalne i o kryterium jednocześnie.

Rozdział 4

- W przykładach 4.1 i 4.4 analizowano drgania własne płyty kwadratowej swobodnie podpartej na obwodzie, o jednakowych wymiarach, ale w przykładach rozważono różne materiały: w 4.1 izotropowy, a w 4.4 ortotropowy, w którym E_1 jest zbliżone do E z przykładu 4.1, E_2 jest około 9 razy mniejsza od E i gęstość materiału jest prawie 4 razy mniejsza w przykładzie 4.4 niż w 4.1. Tak duża różnica w masie obu obiektów powoduje, że oba modele nie są porównywalne. Dodatkowo, ortotropia materiału, o dość dużej różnicy sztywności na dwóch kierunkach, zapewne zmienia charakter postaci drgań – szkoda, że nie pokazano postaci drgań w przykładzie 4.4, można by je wówczas porównać z charakterem postaci uzyskanych w przykładzie 4.1.

Rozdział 8

- Zadanie optymalizacji w ogólności zdefiniowane jest przez funkcję celu, ograniczenia, zmienne projektowe i zmienne stanu. W rozdziale 8 te elementy są przedstawione (zdaje się, że oprócz zmiennych stanu), ale w toku wyjaśnień sposobu prowadzenia obliczeń. Dobrze by było jakby były zdefiniowane już na początku rozdziału 8. To by poprawiło czytelność tego zadania.
- Z analizy przykładu 2 w zadaniu optymalizacji układu tłumików wynika, że metoda roju cząstek nie zwraca globalnego optimum i nie wiadomo także, jak daleko uzyskane rozwiązania są od optymalnego. Przyjęta funkcja celu ma charakter otwarty, bo dotyczy maksymalizacji współczynnika tłumienia, zadanie nie ma też ograniczeń, poza takim, by tłumiki znajdowały się na płycie. W zadaniach optymalizacji najczęściej spotyka się funkcje celu jako różnice względne pomiędzy zmiennymi stanu (referencyjną i obliczaną) i te różnice się minimalizuje. Wydaje mi się, że tak postawione zadanie pozwala łatwiej znaleźć globalne optimum.

Rozdział 9

- W przykładach brakuje precyzji w definicji zadania. Nie wiadomo na przykład, czy wszystkie tłumiki mają te same parametry w danym ‘losowaniu’? Oraz czy ‘losowane’ E jest stałe w płycie, czy losowanie jest osobno dla każdego ES? Oczywiście można się tego domyślić analizując wyniki, ale lepiej by było dowiedzieć się tego z definicji zadania.

Rozdział 11

- Na stronie 303 podano, że badania dowiodły słuszności hipotezy 3. W ogólności zgadzam się, że hipoteza jest słuszna, ale nie jestem pewna, czy stwierdzenie „otrzymano optymalne rozmieszczenie (...) tłumików” jest prawdziwe, bo jeśli wynik optymalizacji zależy od wyboru punktu startowego i dla każdego wyboru otrzymuje się inną wartość funkcji celu (jak w analizowanym przykładzie), to nie wiadomo, czy nie istnieje inny punkt startowy, z korzystniejszą wartością funkcji celu.

3.4 Pytania do Doktorantki

1. Uprzejmie proszę o wyjaśnienie, jakie były przesłanki do sformułowania hipotez 1, 2 i 4?
2. Proszę o wyjaśnienie obserwowanego numerycznie zjawiska występowania różnych częstości drgań własnych dwóch płyt o jednakowych geometriach, zanurzonych w płynie, jeśli płyty są relatywnie blisko siebie. W miarę zwiększania odległości między płytami częstotliwości, parami, zrównują się. Takie zjawisko jest widoczne w przykładach 6.1 - 6.4. Jakie parametry zadania odpowiadają za takie wyniki?
3. W niektórych przykładach, np. 3.1, 4.1, Doktorantka podaje większą liczbę dokładniejszych wyników (w odniesieniu do analitycznych albo szybciej wykazujących zbieżność), uzyskanych metodą MES niż MRS. Wydaje mi się, że w żadnym z przykładów MRS nie wykazała większej skuteczności niż MES, natomiast w wielu przykładach skuteczność obu metod jest podobna. Zastanawia mnie zatem, czy można uznać metodę MES jako preferencyjną, przynajmniej w niektórych typach zadań?
4. Czy widzi Pani możliwość eksperymentalnej weryfikacji wyników uzyskanych dla płyt zanurzonych w płynie? Chodzi mi zwłaszcza o bardzo ciekawe wyniki dotyczące układów płyt.

4. Podsumowanie i wniosek końcowy

Praca opisuje sposób rozwiązania zaawansowanych zagadnień mechaniki płyt cienkich w zakresie statyki, zagadnienia własnego w próżni i w płynie, optymalizacji tłumienia drgań, analizy losowej i stateczności. Dzięki precyzji i szczegółowości opisu każdego algorytmu, pracę można uznać na swojego rodzaju kompendium w przyjętym zakresie. Takie pozycje literaturowe, a także naukowcy o kompetencjach potrzebnych do rozwiązywania takich zagadnień za pomocą autorskich skryptów, są potrzebni by rozwój mechaniki był możliwy. Za oryginalne elementy pracy należy uznać:

- wyznaczenie charakterystyk dynamicznych płyt i ich układów zanurzonych w płynie, metodami MES-MEB i MRS-MEB i rozszerzenie grupy rozwiązań znanych w literaturze, uzyskanych analitycznie lub metodą elementów brzegowych;
- przeprowadzenie analizy dynamicznej płyt prostokątnych wyposażonych w lepkośćprężyste tłumiki drgań, pracujące w warunkach różnych temperatur;
- analizę probabilistyczną w nieliniowym zagadnieniu dynamicznym płyt;

- opracowanie autorskich procedur obliczeniowych umożliwiających analizę statyczną, dynamiczną, stateczności oraz optymalizację w zagadnieniu dynamiki płyt.

Stwierdzam, że praca doktorska Pani mgr inż. Agnieszki Lenartowicz wnosi istotny wkład w rozwój dyscypliny naukowej Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport. **W związku z tym stwierdzam dalej, że rozprawa doktorska Pani mgr inż. Agnieszki Lenartowicz spełnia wymagania Ustawy z dnia 20 lipca 2018 roku *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (Dz. U. z 2018r., poz. 1668, z późn. zm.) i wnoszę o dopuszczenie pracy do obrony.**

A. Bmorska

