

**Recenzja pracy doktorskiej Pani mgr inż. Agnieszki Lenartowicz
„Analiza dźwigarów powierzchniowych z uwzględnieniem anizotropii materiałowej,
tłumienia i oddziaływania ośrodka zewnętrznego”**

1. Podstawa opracowania recenzji

Recenzja dotyczy rozprawy doktorskiej Pani mgr inż. Agnieszki Lenartowicz pod tytułem „*Analiza dźwigarów powierzchniowych z uwzględnieniem anizotropii materiałowej, tłumienia i oddziaływania ośrodka zewnętrznego*”. Promotorem pracy jest Pan dr hab. inż. Michał Guminiak, profesor Politechniki Poznańskiej. Promotorem pomocniczym jest Pan dr inż. Maciej Przychodzki. Recenzja została opracowana na zlecenie Przewodniczącego Rady Dyscypliny Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport Politechniki Poznańskiej, Pana prof. dr. hab. inż. Jacka Pielechy, skierowane na podstawie uchwały Rady Dyscypliny Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport Politechniki Poznańskiej z dnia 7 października 2025 r. Podstawę opracowania recenzji stanowi art. 187 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. - Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2024 r., poz. 1571 z późn. zm.).

2. Zakres i treść rozprawy

Rozprawa ma formę pracy pisemnej napisanej w języku polskim. Tematyka rozprawy dotyczy szeroko pojętego modelowania dźwigarów powierzchniowych z wykorzystaniem różnych metod obliczeniowych: metody różnic skończonych (MRS), metody elementów skończonych (MES) zastosowanych do rozwiązania zagadnień statycznych, dynamicznych i stateczności w obszarze teorii płyt cienkich o kształcie prostokątnym przy założeniach Kirchhoffa-Love'a. Płyty mogą mieć stałą lub zmienną grubość oraz anizotropowe własności sprężyste. Mogą być zanurzone w płynie, którego wpływ jest uwzględniony z wykorzystaniem metody elementów brzegowych (MEB). Rozwiązywane są za pomocą autorskich programów komputerowych, oraz ich oryginalnych połączeń z istniejącymi sformułowaniami i metodami, następujące zagadnienia:

- analiza statyczna płyt za pomocą MES (płyty izotropowe i anizotropowe o stałej grubości) i MRS (płyty izotropowe o zmiennej grubości), stanowiąca wstęp do właściwej części pracy,
- zagadnienie drgań własnych płyt w próżni modelowane za pomocą MES i MRS,
- zagadnienie drgań własnych płyt zanurzonych częściowo lub całkowicie w płynie za pomocą schematów MES-MEB i MRS-MEB,
- zagadnienie drgań własnych płyt z lepkosprężystymi tłumikami drgań, przez włączenie istniejących metod kontynuacji oraz podprzestrzennych iteracji, przy uwzględnieniu wpływu temperatury na parametry tłumika,

- optymalizacja rozmieszczenia tłumików przymocowanych do drgającej płyty z wykorzystaniem algorytmu rojowego (ang. *Particle Swarm Optimization*, PSO),
- zagadnienie drgań własnych płyt modelowane MES, przy obecności tłumików lub płyt zanurzonych w płynie, z uwzględnieniem niepewności w opisie probabilistycznym oraz ocena niezawodności,
- zagadnienie stateczności płyt modelowanych MRS, dla płyt izotropowych o stałej i zmiennej grubości.

Praca jest obszerna i liczy 368 stron. Rozpoczyna się streszczeniami w językach polskim i angielskim. W dalszej części praca zawiera spisy tabel, rysunków oraz skrótów i oznaczeń a także fragment zatytułowany „*Wprowadzenie do podjętej tematyki badań*”, który nie jest numerowanym rozdziałem. Zasadnicza część pracy została podzielona na jedenaście rozdziałów zawierających opis sformułowań, metod obliczeniowych, charakterystykę procedur komputerowych oraz wyniki symulacji numerycznych. Liczba wszystkich przykładów numerycznych opisanych w pracy jest duża bo wynosi aż dwadzieścia dziewięć. Ostatni rozdział to „Podsumowanie i wnioski końcowe”. Po nim umieszczona jest bibliografia. Pracę zamyka dodatek ze szczegółowym opisem warunków podparcia płyt modelowanych metodą różnic skończonych oraz skorowidz pojęć stosowanych w pracy.

W dalszej części tego fragmentu recenzji zostanie przedstawiona zawartość kolejnych rozdziałów. Rozdział pierwszy zawiera syntetyczny opis stanu wiedzy z zakresu modelowania układów płytowych najpopularniejszymi metodami obliczeniowymi: metodą elementów skończonych (MES), metodą różnic skończonych (MRS) oraz metodą elementów brzegowych (MEB). Rozpatrywany zakres obejmuje analizę dynamiczną, w szczególności analizę drgań własnych przy interakcji z otaczającym ośrodkiem oraz drgań tłumionych przy obecności tłumików lepkosprężystych, w tym opisanych modelem ułamkowym. Brany pod uwagę jest stochastyczny opis niepewności oraz ocena niezawodności. Zakres obejmuje również stateczność cienkich płyt prostokątnych. Rozdział kończy się szczegółowym zasygnalizowaniem luk wymagających podjęcia dalszych badań.

Rozdział drugi zawiera opis podjętego problemu badawczego i cel pracy. Za dominującą formę tego fragmentu pracy przyjęto listę systematycznie uszeregowanych podobszarów rozpatrywanych zagadnień specjalistycznych, później pytań badawczych, zagadnień szczegółowych, hipotez badawczych, kryteriów oraz oryginalnych elementów pracy.

Rozdział trzeci stanowi wstęp do właściwej tematyki rozprawy i dotyczy zagadnienia analizy statycznej płyt cienkich z wykorzystaniem MES i MRS. Rozdział zawiera opis równań różniczkowych oraz sposoby ich rozwiązania za pomocą wymienionych metod obliczeniowych. W przypadku MES do obliczania numerycznego elementów macierzy sztywności metodą Gaussa zaproponowano różny podział obszaru elementu skończonego na mniejsze podobszary. W części związanej z MRS rozpisano szczegółowo ilorazy różnicowe przybliżające pochodne cząstkowe występujące w równaniu różniczkowym oraz podano sposób implementacji różnych rodzajów podparcia brzegu prostokątnych płyt, w szczególności swobodne podparcie i sztywne utwierdzenie. Opis uzupełniony jest starannie przygotowanymi rysunkami zawierającymi wymiary płyt oraz sposób dyskretyzacji obszaru elementami skończonymi bądź siatką punktów dla operatorów różnicowych, z odpowiednią numeracją węzłów. Szczegółowo zaprezentowano strukturę macierzy występujących w równaniu MRS. Ten sposób opisu

metod jest kontynuowany w kolejnych rozdziałach. Rozdział kończy się trzema przykładami analizy statycznej płyt odpowiednio o stałej grubości, przy różnych schematach podparcia oraz o zmiennej grubości. W przykładach pierwszym i drugim porównane są wyniki MES z wynikami MRS osiągając różnicę względną przemieszczeń wyznaczonych różnymi metodami, przy różnych wariantach gęstości siatki, w granicach tolerancji 1%. W przykładzie trzecim zastosowano jedynie MRS a rozwiązywano zagadnienie płyty o liniowo zmiennej grubości przy różnym stosunku grubości na przeciwległych bokach. Tutaj już przy większych stosunkach grubości nie uzyskano zbieżności w granicach założonej tolerancji i zasugerowano, że koniecznym byłoby wykonanie dalszych analiz.

Rozdział czwarty dotyczy symulacji drgań własnych płyt umieszczonych w próżni z wykorzystaniem MES i MRS. Równanie ruchu MES układu jest sprowadzone do postaci zagadnienia własnego z rozwiązaniami, które dostarczają częstości drgań własnych oraz wektorów własnych określających postacie drgań układu. W przypadku MES rozpatrywana jest tzw. granulowana lub konsekwentna macierz bezwładności układu. W przypadku MRS rozpatrywana granulowana macierz bezwładności oraz zmienna grubość płyty. Rozdział zawiera cztery przykłady numeryczne i został opracowany na podstawie artykułu [25] (zgodnie z numeracją pozycji literaturowych zastosowaną w recenzowanej pracy doktorskiej) autorstwa Doktorantki i Promotora. W pierwszym przykładzie analizowano drgania płyt o stałej grubości podpartej swobodnie, z wykorzystaniem MES i MRS. Wyniki dodatkowo porównano z literaturowymi wynikami analitycznymi oraz uzyskanymi za pomocą MEB. W drugim przykładzie analizowano opracowanymi programami komputerowymi płytę utwardzoną na krawędzi i wyniki porównano z MEB. Przykład trzeci dotyczy analizy MRS płyty o zmiennej grubości. Ostatni, czwarty przykład dotyczy analizy MES tarczy wykonanej z materiału kompozytowego o własnościach sprężystych ortotropowych o stałej grubości. Przykłady zawierają wnioski dotyczące m.in. porównania wyznaczonych częstości drgań własnych z uwzględnieniem przyjętej tolerancji oraz zalecenia związane z ewentualną koniecznością zagęszczenia dyskretyzacji.

Tematyka rozdziału piątego to analiza drgań własnych płyt prostokątnych zanurzonych w płynie nieściśliwym i nielepkim. Oddziaływanie płynu na powierzchnię płyty zamodelowano stosując MEB dla zagadnień opisanych równaniem różniczkowym Laplace'a, która posłużyła do określenia sił bezwładności działających na płytę. Zabieg ten pozwolił na uniknięcie potrzeby dyskretyzacji obszaru zajmowanego przez płyn. Obszar oddziaływania płynu na płytę jest zdyskretyzowany za pomocą prostokątnych stałych elementów brzegowych a całki są obliczane analitycznie bądź numerycznie za pomocą kwadratur Gaussa. Rozpatrywane są przypadki płyty zanurzonej w płynie pionowo lub poziomo. Podejście jest połączone odpowiednio z metodami MES oraz MRS dla płyt. W przypadku podejścia MES-MEB zaproponowano połączenie siatek, w którym punkty kolokacji elementów brzegowych pokrywają się z węzłami siatki elementów skończonych, co skutkuje ich nieregularną siatką. Z kolei w przypadku MRS-MEB siatka węzłów różnicowych jest regularna i dwukrotnie gęstsza (w wybranym kierunku) w stosunku do siatki elementów brzegowych. Rozdział zawiera siedem przykładów numerycznych, które dotyczą analizy drgań własnych płyt ortotropowych lub izotropowych, w tym o zmiennej grubości zanurzonych całkowicie lub częściowo w płynie. Rozdział został opracowany na podstawie wyników opublikowanych w pracach [25, 26] których Doktorantka jest pierwszą autorką. Wybrane przykłady są porównane z wynikami

literaturowymi analitycznymi lub uzyskanymi wyłącznie MEB. W przypadku płyt ortotropowych lub o zmiennej grubości prezentowane są jedynie wyniki odpowiednio MES-MEB lub MRS-MEB, bez porównania z innymi metodami.

Rozdział szósty to rozszerzenie rozdziału piątego do przypadku układu dwóch płyt zanurzonych całkowicie w płynie. Stosowane są warianty MES-MEB oraz MRS-MEB. Podobnie jak w poprzednich rozdziałach opisana metodyka jest ilustrowana rysunkami z numeracją węzłów siatek oraz szczegółowo opisane są struktury macierzy, w szczególności macierzy bezwładności pochodzących od oddziaływania płynu. Dodatkowo rozdział zawiera fragmenty kodu programu komputerowego odpowiadającego za uwzględnienie bezwładności pochodzącej od oddziaływania płynu na płytę. Rozdział zawiera cztery przykłady numeryczne. W przypadku układu płyt o stałej grubości wyniki uzyskane za pomocą zaimplementowanych wariantów są porównane z wynikami literaturowymi analitycznymi bądź uzyskanymi wyłącznie za pomocą MEB. W przypadku płyt o zmiennej grubości prezentowane są jedynie wyniki MRS-MEB. Jeden z ciekawych wniosków dotyczy gęstości siatki MEB płynu w wariantach MES-MEB i MRS-MEB, która decyduje o dokładności uzyskanych wyników.

Rozdział siódmy podejmuje rozważania z zakresu modelowania drgań własnych płyt do których zamocowane są tłumiki lepkosprężyste stosowane w konstrukcjach budowlanych, a modelowane jako tzw. uogólniony model reologiczny stanowiący połączenia elementów sprężystych i tłumiących w różnych konfiguracjach, lub model ułamkowy. Zawarty opis elementów tłumiących jest oparty na literaturze a wykorzystane procedury komputerowe związane z modelowaniem tłumików zostały opracowane przez współpracowniczkę Doktorantki, co zostało wyraźnie wskazane w postaci przypisu. Modele w swoim opisie zawierają wpływ temperatury na ich własności. Zagadnienie drgań płyty modelowanej MES w dziedzinie częstości jest sprowadzone do nieliniowego zagadnienia własnego rozwiązywanego metodą kontynuacji, w której iteracyjnie zmienia się tzw. parametr homotopii. W celu skrócenia czasu obliczeń dla zagadnień o znacznym rozmiarze można zastosować metodę podprzestrzennych iteracji wykorzystującą ograniczoną liczbę wartości i wektorów własnych. Rozdział zawiera dwa przykłady numeryczne opracowane na podstawie artykułów [33, 111] których Doktorantka jest pierwszym autorem. Przykłady kończą się uwagami dotyczącymi m. in. niedogodności związanej ze znacznym czasem obliczeń oraz możliwością jego redukcji.

Rozdział ósmy stanowi próbę rozwiązania praktycznego zagadnienia doboru optymalnego rozmieszczenia tłumików z wykorzystaniem tzw. algorytmu rojowego (PSO). Opisane jest działanie algorytmu i sposób jego implementacji. Szczegółowo opisano algorytm metody, bazujący na zmiennych projektowych będących liczbami rzeczywistymi natomiast współrzędne są dopasowywane do ustalonego z góry położenia siatki MES w każdej iteracji algorytmu przez zaokrąglanie ich wartości. Rozdział zawiera dwa przykłady numeryczne optymalizacji opracowane na podstawie artykułu [76], którego Doktorantka jest pierwszym autorem. W zagadnieniach optymalizacji maksymalizowano bezwymiarowy współczynnik tłumienia pierwszej postaci drgań własnych płyty. W pierwszym przykładzie rozpatrywano obecność w układzie jednego tłumika, zaś w drugim obecność czterech tłumików. Formułowane są wnioski dotyczące wpływu doboru wartości parametrów PSO na uzyskane rozwiązanie. Jednym z wniosków Autorki płynących z optymalizacji jest uwaga, że wstępny dobór położenia cząstek roju ma wpływ na dokładność uzyskanego rozwiązania (quasi) optymalnego. Inny wniosek dotyczy

potencjalnej możliwości skrócenia znacznego czasu obliczeń przez przyjęcie innej postaci funkcji celu.

Rozdział dziewiąty dotyczy analizy drgań płyt w ujęciu probabilistycznym. Stosowane podejście składa się z dwóch etapów: analizy deterministycznej z wykorzystaniem MES oraz zbudowania funkcji odpowiedzi w postaci wielomianów aproksymujących częstotliwości drgań własnych układu. Charakterystyki probabilistyczne w tym ujęciu wykonywane są metodami: półanalityczną (ang. *Semi-Analytical Method*, SAM), uogólnioną metodą perturbacji stochastycznej (ang. *Generalized Stochastic Perturbation Technique*, SPT) oraz metodą Monte Carlo (ang. *Monte Carlo Simulations*, MCS). Charakterystyki są wykorzystane do obliczenia wskaźników określających bezpieczeństwo układu: miarę niezawodności pierwszego rzędu, entropię względną Bhattacharyya oraz miarę bezpieczeństwa zależną od entropii względnej. Zastosowane procedury komputerowe służące do określenia parametrów metamodelu, realizujące obliczenia probabilistyczne SPT i MCS oraz realizujące obliczenia metodą podprzestrzennych iteracji zostały opracowane przez współpracowników Autorki. Rozdział zawiera trzy obszernie przykłady numeryczne opracowane na podstawie publikacji [89, 96, 115] opracowanych w zespole wieloautorskim z udziałem Doktorantki. Pierwszy z nich dotyczy płyty prostokątnej z lepkosprężystymi tłumikami drgań, modelowanej MES. Parametrami losowymi są długość boku płyty oraz jej grubość. Obliczany jest metodą SAM wpływ współczynnika zmienności parametru na charakterystyki rozkładu (wartość oczekiwaną, współczynnik zmienności, skośność i kurtozę) dla pierwszych pięciu częstotliwości drgań własnych układu. Przykład drugi zawiera wyniki analizy MES płyty prostokątnej z tłumikami, które opisane są modelem ułamkowym. Parametrami losowymi układu są moduł Younga płyty, współczynnik Poissona oraz parametr tłumika. Obliczenia są wykonane metodami SAM, MCS oraz SPT. Oprócz parametrów rozkładu wynikowych częstotliwości drgań własnych układu określone są miary bezpieczeństwa przy zmiennym module Younga. Trzeci przykład dotyczy analiz MES-MEB i MRS-MEB układu dwóch płyt zanurzonych w płynie, leżących w jednej płaszczyźnie lub równoległych. Parametrem losowym modelu jest gęstość płynu. Wyznaczane są charakterystyki probabilistyczne dwóch pierwszych częstotliwości drgań własnych płyt oraz miary bezpieczeństwa. Jeden z istotnych wniosków mówi, że miary bezpieczeństwa nie różnią się w znaczny sposób od stosowanej metody obliczeniowej (MES-MEB lub MRS-MEB).

Rozdział dziesiąty dotyczy analizy stateczności płyt. Tematyka jest podjęta z uwagi na podobieństwo opisu matematycznego zagadnienia, z zagadnieniami poruszonymi poprzednio, więc jest naturalnym uzupełnieniem pracy. Opisany jest sposób rozwiązania zagadnienia własnego płyty obciążonej w płaszczyźnie w celu wyznaczenia wartości krytycznych obciążenia i postaci utraty stateczności. Stosowana jest MRS. Rozdział zawiera cztery przykłady analizy numerycznej opracowane na podstawie referatu konferencyjnego [106] opublikowanego przez Doktorantkę wspólnie z Promotorem oraz Promotorem Pomocniczym. Pierwszy przykład dotyczy płyt prostokątnych obciążonych obciążeniem normalnym do brzegu w jednym kierunku. Wyznaczane są trzy postacie utraty stateczności. Obliczone obciążenie krytyczne dla płyt o stałej grubości porównane jest z wynikami literaturowymi uzyskanymi analitycznie oraz MEB. W przypadku płyt o zmiennej grubości badana jest zbieżność rozwiązania MRS. Przykład drugi dotyczy płyty prostokątnej obciążonej obciążeniem normalnym do brzegu w dwóch kierunkach, w tym o stałej i zmiennej grubości. W przypadku stałej grubości wyniki porównano z rozwiązaniami literaturowymi analitycznym i MEB. W przypadku zmiennej grubości

badano zbieżność wyniku MRS. W przykładzie trzecim rozwiązano zagadnienie płyt obciążonych obciążeniem stycznym do brzegu z utwierdzeniem brzegu, a w czwartym zagadnienie płyt podpartych przegubowo i obciążonej obciążeniem liniowo zmiennym normalnym do brzegu. Sprawdzenie wyników wykonano podobnie jak w poprzednich przykładach.

Rozdział 11 zawiera podsumowanie pracy i wnioski końcowe pogrupowane na szczegółowe wnioski poznawcze, podsumowujące wszystkie przykłady numeryczne, wnioski metodyczne dotyczące m.in. efektywności zastosowanych metod, wnioski aplikacyjne oraz wnioski prognostyczne dotyczące możliwych kierunków dalszych badań.

3. Ocena rozprawy

Praca jest bardzo ciekawa. Wyraźnie widoczne jest staranie Autorki, aby praca była napisana w sposób poprawny metodycznie. Autorka posługuje się poprawnym i precyzyjnym językiem. Wszystkie elementy pracy, w tym wzory matematyczne, rysunki i tabele z parametrami układów i metod, oraz wynikami są zredagowane w bardzo staranny sposób. Dodatkowo opis metod zawiera praktyczne wskazówki dotyczące ich implementacji w języku Octave, na podstawie własnego znacznego doświadczenia. Praca zawiera dużą liczbę wyników mogących stanowić bazę dla porównania z innymi metodami i programami komputerowymi. Porusza znaczną ilość aspektów dotyczących modelowania płyt. Znajduje to odzwierciedlenie we wnioskach prognostycznych zawierających propozycje dalszych badań, co jest cennym elementem pracy.

Praca w dużej mierze jest napisana na podstawie już opublikowanych wyników w postaci ośmiu artykułów naukowych w punktowanych czasopismach z listy ministerialnej, w tym pięciu o wartości współczynnika IF (ang. *Impact Factor*) wynoszącej co najmniej 3.0. Ponadto cytowane są trzy streszczenia referatów konferencyjnych współautorstwa Doktorantki. Prace zostały napisane wspólnie z Promotorem, Promotorem Pomocniczym, bądź w ramach wieloautorskich i międzyuczelnianych zespołów badawczych z udziałem Doktorantki. Doktorantka w pracy w odpowiedni sposób jawnie podaje autorstwo odpowiednich metod i programów komputerowych opracowanych przez Współpracowników, przy czym widoczny jest decydujący udział Doktorantki w realizacji badań z uwagi na wykorzystanie jej autorskich metod i programów komputerowych. Całość świadczy o bardzo dobrym przygotowaniu Autorki w zakresie prowadzenia badań naukowych i publikowania prac oraz podejmowania współpracy z innymi badaczami.

Pomimo licznych zalet pracy należy zaznaczyć, że pewne aspekty mogły być przedstawione w pełniejszy sposób. Można tu sformułować następujące uwagi natury ogólnej:

1. Przy ocenie efektywności algorytmów i metod, oprócz dokładności oraz prostoty implementacji, przywoływanej kilkakrotnie w recenzowanej pracy, w praktyce często bierze się pod uwagę również złożoność czasową i pamięciową które określają wymagane zasoby komputerowe. Nie podawano czasu obliczeń, choć obecne są spostrzeżenia o znacznym czasie trwania obliczeń w niektórych przykładach. Analiza złożoności obliczeniowej metody może być istotna w przypadku rozszerzenia analizowanych zagadnień na dowolną liczbę płyt oraz modelowania układów o bardziej skomplikowanej geometrii, sugerowanych we wnioskach prognostycznych,

szczególnie w przypadku MEB, która charakteryzuje się pełnymi i niesymetrycznymi macierzami. W pracy brak jest bezpośredniego odniesienia do tych aspektów.

2. W przypadku modelowania płynu MEB zastosowano stałe elementy brzegowe. Ich niewątpliwą zaletą jest możliwość szybkiego analitycznego całkowania potencjałów brzegowych, natomiast ograniczeniem wolna zbieżność rozwiązania, co może potencjalnie być przyczyną obecnych w pracy uwag dotyczących uzależnienia dokładności obliczeń od dyskretyzacji MEB. Znaczne zagęszczenie siatki MEB może powodować nadmierny wzrost czasu obliczeń. W tym zakresie można zaobserwować w literaturze kierunki badań związane m. in. z zastosowaniem elementów wyższego rzędu, w tym z numerycznym całkowaniem adaptacyjnym, metod o zredukowanej złożoności obliczeniowej i inne. W pracy brak jest odniesienia do tych kierunków badań.
3. W pracy obecne są przykłady numeryczne, które zawierają wyniki uzyskane wybraną z zaimplementowanych metod, np. tylko MRS lub MES, bez porównania z innymi wynikami. W przypadku przykładów z obecnością płynu jest to argumentowane we wnioskach brakiem wyników literaturowych co jest naturalne z uwagi na to, że ten przypadek stanowi oryginalny element pracy. Natomiast być może wybrane przykłady bez obecności płynu oraz tłumików, we wstępnych badaniach, można by odnieść do wyników literaturowych uzyskanych innymi metodami (oprócz różnych wariantów MRS, MES i MEB rozwijana jest grupa metod bezsiatkowych, ang. *Meshless Methods*) lub uzyskanych za pomocą oprogramowania komercyjnego MES, które umożliwia modelowanie płyt anizotropowych i o zmiennej grubości. Ponadto niektóre przykłady kończą się wnioskami o nie osiągniętej zbieżności w granicach założonej tolerancji jednego procenta. Można się zastanawiać, dlaczego nie kontynuowano obliczeń aż do osiągnięcia pełnej zbieżności. Te aspekty wybranych przykładów pozostawiają minimalny niedosyt po lekturze pracy.
4. Zagadnienie optymalizacji rozmieszczenia tłumików sformułowano jako dyskretne. Położenie tłumików określone współrzędnymi węzłów siatki jest uzależnione od narzuconej z góry dyskretyzacji płyty. Taki sposób może potencjalnie spowodować, że zostanie pominięte rzeczywiste optymalne położenie tłumika. Czy możliwe jest wyeliminowanie tej niedogodności z wykorzystaniem opracowanych metod? Ponadto jeden z wyciągniętych wniosków sugeruje możliwe zastosowanie innej funkcji celu co miałyby skrócić czas obliczeń. Czy obecnie nie byłoby możliwe skrócenie tego czasu przez odpowiedni dobór punktu startowego, który mógłby być związany z miejscem występowania maksymalnej amplitudy drgań własnych płyty bez tłumików?
5. W analizie probabilistycznej stosowane jest podejście polegające na wykorzystaniu do obliczeń funkcji odpowiedzi układu w postaci wielomianów o współczynnikach wyznaczonych metodą najmniejszych kwadratów na podstawie eksperymentu numerycznego. Ciekawą informacją byłoby podanie jakie wskaźniki i kryteria stosowano dobierając liczbę punktów eksperymentu oraz postać funkcji odpowiedzi. Czy dobór parametrów funkcji odpowiedzi może mieć wpływ na dodatkową niepewność wyników? Czy jest możliwe zastosowanie innych funkcji odpowiedzi?
6. Jednym z deklarowanych nowatorskich elementów pracy są autorskie metody całkowania numerycznego do obliczania macierzy MES, co stwierdzono w rozdziale drugim. Nie jest natomiast oczywistym, na czym ma polegać korzyść ze stosowania tych metod, ponieważ w ostatnim rozdziale, wśród wniosków metodycznych, brakuje jawnie sformułowanego wniosku dotyczącego tego elementu pracy.

7. Odniesienie do rzeczywistych różnych elementów konstrukcji (nie tylko budowlanych) mogących mieć postać płyt pojawia się dość zdawkowo bo w postaci jednego zdania dopiero we wnioskach aplikacyjnych. Szersze rozwinięcie tego aspektu już we wstępie pracy pozwoliłoby lepiej uzasadnić podejmowaną tematykę oraz uważniej dobrać parametry modelowanych płyt. Ta uwaga odnosi się do znacznej grubości płyt analizowanych w przykładzie 3.3.

Pomimo bardzo starannego przygotowania pracy, po stronie redakcyjnej nie udało się uniknąć pewnych niedociągnięć, co jest jednak raczej nieuniknionym efektem przy tak obszernym opracowaniu. Szczegółowe uwagi dotyczące konkretnych fragmentów są następujące:

- W streszczeniu napisanym w języku angielskim na stronie 8., czytamy: "The paper also performed a random analysis...". Prawdopodobnie chodziło o „rozprawę” (ang. *thesis, dissertation*, itp.) a nie „artykuł” (ang. *paper*).
- Wykaz oznaczeń podzielony jest na fragmenty przypisane osobnym podrozdziałom. Zdarza się, że jeden symbol w różnych rozdziałach odnosi się do innej wielkości. Przykładowo symbol „w” w większości rozdziałów odnosi się do ugięcia płyty tymczasem w podrozdziale 8.1 odnosi się do bezwładności ruchu cząstki w metodzie optymalizacji. Poza tym symbole nie są pogrupowane na łacińskie i greckie oraz nie są uszeregowane alfabetycznie. Taki sposób zestawienia oznaczeń utrudnia korzystanie z wykazu.
- Do przedstawienia kształtu odkształconej płyty stosowane są barwne wykresy powierzchniowe bez opisu osi pionowej oraz bez skali przypisanej kolorom (np. rysunek 3.12 i dalsze podobne rysunki w kolejnych przykładach numerycznych). Uzupelnienie wykresów o wymienione elementy pozwoliłoby na łatwiejsze ilościowe porównanie ugięcia płyty w różnych jej punktach, nawet jeśli ugięcia płyty są znormalizowane jak w przypadku wizualizacji postaci drgań własnych czy utraty stateczności.
- Wartości numeryczne będące liczbami zmiennoprzecinkowymi zawierają jako separator dziesiętny symbol przecinka. Utrudnia to nieco odczytywanie zestawów danych podawanych w postaci zbiorów zawierających liczby również oddzielone przecinkiem, np. zestawy grubości rozpatrywanych płyt.
- Doktorantka w niektórych miejscach pracy używa słowa „algorytm” w odniesieniu do programu komputerowego napisanego w języku Octave (np. we wnioskach aplikacyjnych). Zazwyczaj pojęcie „algorytm” odnosi się do samego opisu danej procedury niezależnie od jej implementacji.
- Lista opracowanych programów komputerowych zawarta we wnioskach aplikacyjnych pomija autorski program do analizy utraty stateczności płyt.
- We wstępach do rozdziałów często stosowane są dosłowne cytaty ujęte w cudzysłów. Rozdział siódmy zawiera we wstępie zawiera taki cytat o znacznej długości, zajmujący w zasadzie cały akapit. W przypadku ogólnie znanych definicji można swobodnie je sformułować własnymi słowami, oczywiście przy zachowaniu odpowiedniej precyzji.
- Na stronie 223 zdefiniowano dwie różne macierze o wspólnym oznaczeniu **Ot⁽⁰⁾**.
- Sposób podania wymiarów płyty i siatki elementów skończonych na rysunkach 8.8 i 8.9 nie jest prawidłowy, ponieważ suma podanej długości elementów nie jest równa długości krawędzi płyty.

- Podrozdział „Wnioski poznawcze” nie jest łatwy do przeanalizowania, ponieważ wymaga równoczesnego przechodzenia do poszczególnych podrozdziałów z przykładami oddalonych o znaczną liczbę stron.
- Spis pozycji bibliograficznych zestawiony jest w kolejności cytowania, a nie alfabetycznej. Może to utrudnić wyszukiwanie pozycji literaturowych w wersji drukowanej pracy.

Należy zaznaczyć, że wymienione uwagi ogólne oraz szczegółowe mają charakter dyskusyjny i nie wpływają negatywnie na całościową ocenę pracy.

Podsumowując należy stwierdzić, że praca dotyczy ważnych w praktyce inżynierskiej i naukowej, szeroko rozumianych zagadnień analizy zachowania płyt cienkich w różnych warunkach pracy. Choć badane układy są tradycyjnie przedmiotem modelowania numerycznego za pomocą znanych metod, w recenzowanej pracy zaproponowano oryginalne ich połączenia oraz zastosowano je do rozwiązania nowych zagadnień (problemów naukowych) o znaczeniu praktycznym, które zostały wymienione w punkcie drugim niniejszej recenzji. Recenzowana praca prezentuje szeroką ogólną wiedzę Doktorantki z zakresu deklarowanej dyscypliny, potwierdza umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej oraz współpracy w zespole naukowym.

4. Wniosek końcowy

Na podstawie całości recenzji należy stwierdzić, że przedstawiona rozprawa doktorska autorstwa Pani mgr inż. Agnieszki Lenartowicz *„Analiza dźwigarów powierzchniowych z uwzględnieniem anizotropii materiałowej, tłumienia i oddziaływania ośrodka zewnętrznego”* spełnia wymagania formalne stawiane rozprawom doktorskim w Ustawie *„Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce”*. Tym samym wnioskuję o dopuszczenie jej do publicznej obrony. Dodatkowo z uwagi na obszerność poruszanych w pracy zagadnień i aktywność Autorki w zakresie publikowania wyników prac w czasopismach naukowych wnioskuję o wyróżnienie rozprawy.

