

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

WYDZIAŁ INFORMATYKI I TELEKOMUNIKACJI

Rozprawa doktorska

**Modelowanie kolejkowych systemów
przelewowych z mechanizmami progowymi
i wielousługowymi źródłami ruchu**

Autor:

Damian KMIECIK

Promotor:

prof. dr hab. inż. Mariusz

GŁĄBOWSKI

Promotor pomocniczy:

dr hab. inż. Sławomir

HANCZEWSKI

Instytut Sieci Teleinformatycznych

28 maja 2021

Streszczenie

Rozprawa podejmuje tematykę modelowania wielousługowych systemów (sieci) telekomunikacyjnych z przelewem ruchu. W pracy zaproponowano efektywne metody analityczne wyznaczania charakterystyk systemów telekomunikacyjnych, w których, poza mechanizmem przelewu ruchu, uwzględniano także mechanizmy kompresji progowej i bezprogowej oraz kolejki zgłoszeń. Opracowane metody pozwalają na wyznaczenie parametrów wielousługowego ruchu przelewowego oraz parametrów definiujących jakość obsługi analizowanych systemów na poziomie zgłoszeń.

W pierwszej części pracy zawarto wprowadzenie do omawianego obszaru badań, opis pojęć stosowanych w rozprawie oraz podstawowe modele strumieni ruchu Erlanga, Engseta i Pascala. W dalszej części pracy zaproponowano modele systemów telekomunikacyjnych z przelewem ruchu oraz z zaimplementowanymi mechanizmami zarządzania ruchem zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych. W szczególności, w pracy przedstawiono następujące modele systemów telekomunikacyjnych:

- model wielousługowych systemów przelewowych z uwzględnieniem właściwości strumieni Pascala,
- model wielousługowych systemów przelewowych z kompresją bezprogową dla strumieni ruchu elastycznego,
- model wielousługowych systemów przelewowych z kompresją progową dla klas ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego,
- model wielousługowych systemów przelewowych z kolejkowaniem zgłoszeń,
- model wielousługowych systemów przelewowych z kolejkowaniem zgłoszeń oraz mechanizmami kompresji progowej i bezprogowej.

Opracowane modele pozwoliły na określenie metod wyznaczania parametrów strumieni ruchu na poszczególnych etapach ich obsługi oraz na oszacowanie właściwości ruchowych analizowanych systemów. Metody te mogą być wykorzystane przede wszystkim na etapie wymiarowania zasobów sieci telekomunikacyjnych, tj. etapie określania wielkości niezbędnych zasobów do obsługi określonego natężenia ruchu telekomunikacyjnego na założonym poziomie jakości obsługi.

Zaproponowane w pracy modele są modelami przybliżonymi, dlatego ocena ich dokładności przeprowadzona została poprzez porównanie wyników obliczeń analitycznych z wynikami eksperymentów symulacyjnych. W tym celu wykorzystano opisane w pracy narzędzie symulacyjne zaprojektowane przez autora rozprawy. Wyniki przeprowadzonych badań stanowią potwierdzenie wysokiej dokładności proponowanych metod.

Abstract

The dissertation treats about the modeling of multi-service telecommunications systems (networks) with overflow traffic. It proposes effective analytical methods for determining the characteristics of telecommunications systems, which, apart from the traffic overflow mechanism, also takes into account the mechanisms of threshold and non-threshold compression as well as call queuing. The developed methods allow to determine the parameters of multi-service overflow traffic and parameters defining the quality of service of the analyzed systems at the call level.

The first part of the dissertation contains an introduction to the discussed area of research, descriptions of the concepts and terms used in the work as well as the basic models of Erlang, Engset, and Pascal's traffic streams. The following of the dissertation presents models of telecommunications systems with overflow traffic together with implemented traffic management mechanisms, both on primary and secondary resources. In particular, the following models of telecommunications systems are presented in the work:

- multiservice overflow systems, in particular for systems with Pascal class traffic,
- multiservice overflow systems with non-threshold compression of elastic traffic,
- multiservice overflow systems with threshold compression of elastic and adaptive traffic classes,
- multiservice overflow systems with queuing service,
- multiservice overflow systems with simultaneously applied queues as well as threshold and non-threshold compression mechanisms.

The models proposed in the work allowed to develop the methods of determining the parameters of traffic flows at individual stages of their service and to estimate the traffic properties of the analyzed systems. These methods can be used primarily at the stage of dimensioning telecommunications network resources, i.e. the stage of determining the amount of resources necessary to handle a specific volume of telecommunications traffic at the assumed service quality level.

The models proposed in the work are approximate models, therefore the assessment of their accuracy was carried out by comparing the results of analytical calculations with the results of simulation experiments. For this purpose, a simulation tool designed by the author of the dissertation was used. The results of the research carried out confirm the high accuracy of the proposed methods.

Spis treści

Streszczenie	i
1 Wstęp	1
1.1 Wprowadzenie	1
1.2 Cel i zakres pracy	7
2 Podstawowe pojęcia teorii i inżynierii ruchu	10
2.1 Zasoby i żądania	10
2.2 Podstawowe modele systemów jednousługowych	14
2.2.1 Model Erlanga	15
2.2.2 Model Engseta	17
2.2.3 Model Pascala	19
2.3 Wielousługowy model Erlanga-Engseta-Pascala	21
3 Podstawy modelowania systemów z ruchem przelewowym	28
3.1 Przegląd badań	30
3.2 Modelowanie systemów jednousługowych z przelewem ruchu	32
3.2.1 Metoda Fredericksa-Haywarda	35
3.2.2 Metoda ERT	36
3.3 Modelowanie systemów wielousługowych z przelewem ruchu	38
3.3.1 Podstawowe założenia	38
3.3.2 Modelowanie zasobów pierwotnych	40
3.3.3 Ogólna metoda wyznaczania wariacji ruchu przelewanego	42
3.3.4 Określanie parametrów fikcyjnych zasobów pierwotnych	45
3.3.4.1 Dopasowanie blokady Erlanga	45
3.3.4.2 Dopasowanie ruchu obsłużonego	47
3.3.4.3 Dopasowanie blokady BPP	48

3.3.5	Określanie parametrów ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych	50
3.4	Modelowanie zasobów wtórnych	55
4	Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych bez mechanizmów kształtowania ruchu	58
4.1	Wprowadzenie	58
4.2	Metoda V1	61
4.3	Metoda V2	64
4.4	Metoda V3	65
4.5	Ograniczenia metod V1, V2, V3	67
4.6	Aproksymacja nie-Erlangowskich klas ruchu strumieniem Erlanga	73
4.7	Metoda V4	75
4.8	Metoda V5	77
4.9	Metoda V6	79
4.10	Metoda V7	80
4.11	Porównanie metod	82
5	Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych z kompresją ruchu	88
5.1	Kompresja bezprogowa	90
5.1.1	Wprowadzenie	90
5.1.2	Model systemu	91
5.1.3	Weryfikacja dokładności modelu	95
5.1.4	Badanie efektywności kompresji bezprogowej	98
5.2	Kompresja progowa	102
5.2.1	Wprowadzenie	102
5.2.2	Model systemu	105
5.2.3	Weryfikacja dokładności modelu	112
6	Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach kolejkowych z przelewem ruchu	118
6.1	Wprowadzenie	118
6.2	Schemat przelewu ruchu	119

6.3	Model systemu	120
6.4	Parametry kolejek	124
6.5	Weryfikacja dokładności modelu	130
6.6	Badanie efektywności kolejkowych systemów przelewowych	137
6.7	Ogólny model systemu przelewowego z kompresją progową, bezprogową oraz kolejkami	141
6.7.1	Model systemu	142
6.7.2	Weryfikacja dokładności modelu	147
7	Symulator systemów kolejkowych z przelewem ruchu	152
7.1	Projektowanie symulatora	153
7.2	Generator liczb losowych	154
7.2.1	Generator liczb o rozkładzie równomiernym	154
7.2.2	Generator liczb o rozkładzie wykładniczym	155
7.3	Zasób pełnodostępny i strumienie Erlanga-Engseta-Pascala	156
7.4	System przelewowy	158
7.5	Mechanizmy zarządzania ruchem	159
7.6	Proces symulacji	161
8	Podsumowanie	165

Spis rysunków

2.1	Diagram stanów zajętości systemu w modelu Erlanga	16
2.2	Diagram stanów zajętości systemu w modelu Engseta	18
2.3	Diagram stanów zajętości systemu w modelu Pascala	20
2.4	Schemat zasobu pełnodostępnego obsługującego ruch oferowany przez klasy Erlanga-Engseta-Pascala	22
3.1	Schemat systemu przelewowego obsługującego ruch jednousługowy	33
3.2	Typy ruchu w systemach przelewowych	33
3.3	Dekompozycja zasobu wtórnego w metodzie Fredericksa-Haywarda	35
3.4	Schemat zamiany S zasobów pierwotnych na jeden zasób o pojemności V^* obsługujący jednousługowy ruch typu Erlanga o natężeniu A^*	38
3.5	Schemat przelewu ruchu wielousługowego	39
3.6	Dekompozycja zasobu pierwotnego s	43
3.7	Schemat zamiany nie-Erlangowskich klas ruchu na ekwiwalentny ruch typu Erlanga	52
4.1	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	63
4.2	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	63
4.3	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	63
4.4	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	63
4.5	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	65

4.6	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	65
4.7	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	65
4.8	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	65
4.9	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	67
4.10	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	67
4.11	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	67
4.12	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	67
4.13	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr $1a_{Pa}$, klasy ruchu typu Pascala.	69
4.14	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr $2a_{Pa}$, klasy ruchu typu Pascala.	69
4.15	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr $3a_{Pa}$, klasy ruchu typu Pascala.	69
4.16	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $1a_{Pa}$	70
4.17	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $1b_{Pa}$	70
4.18	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $2b_{Pa}$	70
4.19	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $3b_{Pa}$	70
4.20	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 1 w systemach nr $1a_{Pa}$, $1b_{Pa}$, $1c_{Pa}$	71
4.21	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 2 w systemach nr $3a_{Pa}$, $3b_{Pa}$, $3c_{Pa}$	71
4.22	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 2 w systemach nr $1a_{Pa}$, $1b_{Pa}$	72
4.23	Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 1 w systemach nr $3a_{Pa}$, $3b_{Pa}$	72
4.24	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	76
4.25	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	76

4.26	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	76
4.27	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	76
4.28	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	78
4.29	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	78
4.30	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	78
4.31	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	78
4.32	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	80
4.33	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	80
4.34	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	80
4.35	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	80
4.36	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	82
4.37	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	82
4.38	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	82
4.39	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	82
4.40	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	83
4.41	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.	83

4.42	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.	84
4.43	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.	85
4.44	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.	85
5.1	Schemat wielosługowego systemu przelewowego obsługującego ruch elastyczny z kompresją bezprogową	92
5.2	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w systemie elastycznym nr 1_{BE}	97
5.3	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{BE} z obsługą ruchu elastycznego.	97
5.4	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{BE} z obsługą ruchu elastycznego.	97
5.5	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{BE} z obsługą ruchu elastycznego.	97
5.6	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 5_{BE}	101
5.7	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6_{BE}	101
5.8	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6_{BE}	101
5.9	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 5_{BE}	101
5.10	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6_{BE}	101
5.11	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6_{BE}	101
5.12	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6_{BE}	102
5.13	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6_{BE}	102
5.14	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6_{BE}	102
5.15	Zmiany wielkości żądań jednej z klas c zasobu s z obsługą kompresji progowej, $q_c = 3$	104

5.16	Schemat zasobu pełnodostępnego z mechanizmami progowymi	105
5.17	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 1_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.	115
5.18	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 1_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.	115
5.19	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.	116
5.20	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.	116
5.21	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.	116
5.22	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.	116
5.23	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.	116
5.24	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.	116
5.25	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 5_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.	117
5.26	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 5_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.	117
6.1	Schemat wielosługowego systemu kolejkowego z ruchem przelewowym	120
6.2	Prawdopodobieństwo blokady w systemie kolejkowym nr $1_{Q,60}$	133
6.3	Średnia długość kolejek klas ruchu w systemie nr $1_{Q,60}$	133
6.4	Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu w systemie nr $1_{Q,60}$	133
6.5	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych systemu kolejkowego nr $2_{Q,40,0}$	133
6.6	Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $2_{Q,40,0}$	133
6.7	Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $2_{Q,40,0}$	133
6.8	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych systemu kolejkowego nr $3_{Q,0,80,0}$	134
6.9	Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3_{Q,0,80,0}$	134

6.10	Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3_{Q,0,80,0}$	134
6.11	Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych systemu kolejkowego nr $3_{Q,20,20,20}$	134
6.12	Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$	134
6.13	Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$	134
6.14	Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$	135
6.15	Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$	135
6.16	Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu wtórnego V^0 , system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$	135
6.17	Średnia długość kolejek zasobów systemu przelewowego nr $3_{Q,20,20,20}$	135
6.18	Redukcja prawdopodobieństwa blokady po zastosowaniu kolejki o pojemności 60 JA, w stosunku do systemu bez kolejek nr 1_Q	140
6.19	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie pierwotnym po zastosowaniu kolejki o pojemności 40 JA, w stosunku do zasobu bez kolejek w systemie nr 2_Q	140
6.20	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejki na zasobie pierwotnym o pojemności 40 JA, w stosunku do systemu bez kolejek nr 2_Q	140
6.21	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie pierwotnym V^1 po zastosowaniu kolejki o pojemności 20 JA, w stosunku do zasobu bez kolejek w systemie nr 3_Q	140
6.22	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie pierwotnym V^2 po zastosowaniu kolejki o pojemności 20 JA, w stosunku do zasobu bez kolejek w systemie nr 3_Q	141
6.23	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejek o pojemności 20 JA na każdym z zasobów, w stosunku do systemu bez kolejek nr 3_Q	141
6.24	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejek, w stosunku do systemu bez kolejek nr 2_Q	141
6.25	Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejek, w stosunku do systemu bez kolejek nr 3_Q	141
6.26	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 1_{All}	150
6.27	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{All}	150
6.28	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach pierwotnych, system przelewowy nr 3_{All}	150
6.29	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{All}	150
6.30	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{All}	151

6.31	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 5 _{All}	151
6.32	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach pierwotnych V^1 , system przelewowy nr 5 _{All}	151
6.33	Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach pierwotnych V^2 , system przelewowy nr 5 _{All}	151
7.1	Okno symulatora do konfiguracji pojedynczego zasobu	162

Spis tabel

4.1	Wielosługowy system przelewowy nr 1	60
4.2	Wielosługowy system przelewowy nr 2	60
4.3	Wielosługowy system przelewowy nr 3	61
4.4	Wielosługowy system przelewowy nr 4	61
4.5	Wielosługowy system przelewowy nr 1 _{Pa}	68
4.6	Wielosługowy system przelewowy nr 2 _{Pa}	68
4.7	Wielosługowy system przelewowy nr 3 _{Pa}	69
4.8	Zestawienie różnic pomiędzy metodami dekompozycji zasobów pierwotnych . .	87
5.1	Wielosługowy system nr 1 _{BE}	96
5.2	Wielosługowy system przelewowy nr 2 _{BE}	96
5.3	Wielosługowy system przelewowy nr 3 _{BE}	97
5.4	Wielosługowy system przelewowy nr 4 _{BE}	97
5.5	Wielosługowy system przelewowy nr 5 _{BE}	98
5.6	Wielosługowy system przelewowy nr 6 _{BE}	98
5.7	Oznaczenia systemu nr 5 _{BE} po uwzględnieniu wirtualnych jednostek alokacji V_w^s	99
5.8	Oznaczenia systemu nr 6 _{BE} po uwzględnieniu wirtualnych jednostek alokacji V_w^s	99
5.9	Wielosługowy system przelewowy nr 1 _{PA} oraz nr 1 _{PE}	113
5.10	Wielosługowy system przelewowy nr 2 _{PA} oraz nr 2 _{PE}	113
5.11	Wielosługowy system przelewowy nr 3 _{PA} oraz nr 3 _{PE}	114
5.12	Wielosługowy system przelewowy nr 4 _{PA} oraz nr 4 _{PE}	114
5.13	Wielosługowy system przelewowy nr 5 _{PA} oraz nr 5 _{PE}	115
6.1	Wielosługowy system nr 1 _{Q,60}	132
6.2	Wielosługowy system przelewowy nr 2 _{Q,40,0}	132
6.3	Wielosługowy system przelewowy nr 3 _{Q,0,80,0}	132

6.4	Wielosługowy system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$	132
6.5	Wielosługowy system nr $1_{Q,60}$	137
6.6	Wielosługowy system przelewowy nr $2_{Q,40,0}$	137
6.7	Wielosługowy system przelewowy nr $3_{Q,0,80,0}$	137
6.8	Oznaczenia systemu nr 1_Q po uwzględnieniu pojemności kolejki	137
6.9	Oznaczenia systemu nr 2_Q po uwzględnieniu pojemności kolejek	138
6.10	Oznaczenia systemu nr 3_Q po uwzględnieniu pojemności kolejek	138
6.11	Wielosługowy system przelewowy nr 1_{All}	148
6.12	Wielosługowy system przelewowy nr 2_{All}	148
6.13	Wielosługowy system przelewowy nr 3_{All}	148
6.14	Wielosługowy system przelewowy nr 4_{All}	149
6.15	Wielosługowy system przelewowy nr 5_{All}	149

Rozdział 1

Wstęp

1.1 Wprowadzenie

Usługi dostarczane za pomocą sieci (systemów) telekomunikacyjnych cieszą się nieustającym zainteresowaniem ze strony użytkowników. Przenoszenie codziennych aktywności do Internetu, takich jak chociażby zakupy, oglądanie filmów, a także praca zdalna, powodują znaczące zwiększanie zapotrzebowania na zasoby sieciowe. Rosnąca dostępność aktualnie rozwijanych oraz nowych usług dodatkowo wpływa na zwiększenie się liczby użytkowników. Transmisja gwałtownie wzrastającej ilości danych jest znacznym wyzwaniem dla sieci telekomunikacyjnych.

Systematyczna optymalizacja, m.in. poprzez wdrażanie zaawansowanych mechanizmów zarządzania ruchem sieci telekomunikacyjnych, jest zatem niezbędna, by sprostać rosnącym oczekiwaniom. Jednym z kluczowych elementów optymalizacji ruchu jest wykorzystywanie dostępnych zasobów w możliwie najbardziej efektywny sposób. Oznacza to, że mechanizmy te muszą być prawidłowo dobrane m.in. w zależności od struktury sieci, obsługiwanego w niej ruchu oraz wymaganych parametrów jakościowych. Decyzja o wyborze właściwych rozwiązań może być podejmowana m.in. na podstawie odpowiednich modeli analitycznych systemów telekomunikacyjnych, opracowanych z wykorzystaniem technik teorii i inżynierii ruchu, pozwalających w akceptowalnym horyzoncie czasowym określić wpływ tych rozwiązań na efektywność ruchową sieci. Modele te są szczególnie przydatne na etapie wymiarowania sieci, tj. określania wielkości zasobów niezbędnych do sprostania oczekiwaniom zarówno obecnych, jak i przyszłych użytkowników w zakresie jakości obsługi.

Wśród mechanizmów optymalizacji rozptyłu ruchu telekomunikacyjnego jednym z najstarszych jest przelew ruchu. Mechanizm ten zakłada realizację obsługi zgłoszenia poprzez

pewne alternatywne zasoby, w przypadku gdy zasób pierwotny, na który w pierwszej kolejności kierowane było zgłoszenie z żądaniem obsługi, okazał się zajęty w stopniu uniemożliwiającym jego realizację. Zdefiniowany w ten sposób mechanizm pozwala na optymalizację obciążenia zasobów sieciowych przy jednoczesnym zapewnieniu wymaganych parametrów jakościowych niemal niezależnie od zastosowanej technologii sieciowej, w tym także w bezprzewodowych sieciach i systemach komórkowych, takich jak chociażby systemy 4G i 5G [24, 41, 49, 74, 89].

Systemy, w których początkowo zastosowano przelewanie ruchu, były jednousługowymi sieciami hierarchicznymi [14, 15, 27, 62, 112, 120, 121, 124, 147, 152, 153], oferującymi usługę telefonii. Przelew ruchu umożliwił w nich realizację połączeń pomiędzy węzłami sieci, między którymi bezpośrednie połączenie było niemożliwe ze względu na brak dostępnej infrastruktury, lub – co występowało zdecydowanie częściej – ze względu na czasowy brak wolnych zasobów. Agregacja ruchu przekazywanego poprzez wyższe szczeble hierarchii, pochodzącego z wielu zasobów bezpośrednich, pozwoliła na zoptymalizowanie obciążenia sieci przy zmieniających się w czasie natężeniach ruchu [6, 59, 113, 148, 150, 152].

Wysoka efektywność ruchowa mechanizmu przelewu ruchu, obserwowana w przypadku sieci jednousługowych, spowodowała jego naturalne zastosowanie także w przypadku sieci wielousługowych [19, 48, 49, 67]. Współczesne sieci telekomunikacyjne są właśnie sieciami wielousługowymi (historycznie określanymi także sieciami z integracją usług), zapewniającymi obsługę strumieni wielu klas ruchu. Różnorodność usług obsługiwanych w sieci powoduje powstanie różnych wymagań dotyczących czasu oraz jakości obsługi. W przypadku usług czasu rzeczywistego, czyli usług wrażliwych na opóźnienia, kluczowy jest czas dostarczenia danych, nawet kosztem utraty części przesyłanych danych. Usługi czasu nierzeczywistego, czyli usługi wrażliwe na straty, wymagają dostarczenia wszystkich danych, nawet jeżeli czas dostarczenia mógłby ulec wydłużeniu. Z punktu widzenia teorii ruchu, mechanizmem kształtowania ruchu pozwalającym na realizację tych dwóch typów usług jest mechanizm progowej i bezprogowej kompresji ruchu. Mechanizmy kompresji powodują zmniejszenie wielkości przydzielanych zasobów (najczęściej przepływności) nowym i/lub aktualnie obsługiwanym strumieniom pakietów (zgłoszeniom) i w konsekwencji umożliwiają obsługę większej liczby zgłoszeń. Jeżeli wraz ze zmniejszeniem przepływności wydłużany jest czas obsługi

zgłoszeń, to taki ruch nazywany jest elastycznym, np. w przypadku usług opartych na protokole TCP (ang. Transmission Control Protocol). Jeżeli natomiast mimo zmniejszenia przesyłu danych czas obsługi pozostaje niezmienny, to taki ruch nazywany jest adaptacyjnym, np. w przypadku strumieniowania wideo, opartego na protokołach RTP (ang. Real Time Protocol), RTSP (ang. Real Time Control Protocol) oraz UDP (ang. User Datagram Protocol). Mechanizmy kompresji zmniejszają wielkość przydzielanych zasobów przeznaczonych na obsługę zgłoszeń poszczególnych klas wraz ze wzrostem obciążenia systemu. W przypadku kompresji bezprogowej zmniejszenie wielkości udostępnianych zasobów następuje zarówno dla obsługiwanych, jak i przyjmowanych do obsługi zgłoszeń. W przypadku kompresji progowej, zmniejszenie wielkości przydzielanych zasobów następuje jedynie dla nowo przyjmowanych zgłoszeń (strumieni pakietów), a wielkość przydzielanych zasobów zależy wprost od zdefiniowanych progów, określanych poprzez stan obciążenia/zajętości zasobu. Wśród metod obsługi usług wrażliwych na straty i niewrażliwych na opóźnienia, wpływających na kształtowanie ruchu, wyróżnić można także mechanizmy kolejkowania. Pozwalają one na zatrzymanie nowych oferowanych zgłoszeń, których obsługa nie jest w danym momencie możliwa ze względu na stan zajętości systemu, aż do czasu zwolnienia wymaganych zasobów. Mechanizm ten pozwala na zmniejszenie liczby traconych zgłoszeń kosztem opóźnienia czasu obsługi pojedynczych z nich.

Zarówno samo wprowadzenie wielousługowej obsługi zgłoszeń w sieci, jak i dodatkowych mechanizmów zarządzania ruchem w tych sieciach, spowodowały, że w znaczący sposób zmienił się charakter ruchu przelewowego oraz właściwości ruchowe systemów obsługujących ruch przelewowy. Dodatkowo, na znaczący wzrost złożoności procesu analizy systemów z przelewem ruchu, obsługujących usługi czasu rzeczywistego, wpłynęła także konieczność uwzględnienia występowania kolejek, pozwalających na zmniejszenie liczby traconych pakietów w momentach wysokiego obciążenia systemu.

Pierwsze efektywne modele systemów wielousługowych z przelewem ruchu powstały w 2007 i 2008 roku [48, 49, 67]. Były one ograniczone do analizy systemów, których zasobom pierwotnym oferowane były klasy ruchu Erlanga, dla których charakterystyczny jest brak zależności między intensywnością natężenia oferowanego ruchu i liczbą już obsługiwanych użytkowników systemu. Podstawą tych modeli jest tzw. wielousługowa aproksymacja Haywarda, gdzie zastosowano podział parametrów ruchu oraz pojemności przez odpowiednie

współczynniki pikowości zaproponowane dla systemów jednousługowych w metodzie Fredericksa-Haywarda [27]. Następnie, modele te zostały rozszerzone o mieszanie oferowanych zasobom pełnodostępnym strumieni ruchu typu Engseta, w którym intensywność natężenia oferowanego ruchu zmniejsza się wraz z liczbą obsługiwanych użytkowników danego systemu, a także strumieni ruchu typu Pascala, w którym intensywność natężenia oferowanego ruchu zwiększa się wraz z liczbą obsługiwanych użytkowników danego systemu [50]¹.

Modele oparte na uogólnieniu metody Fredericksa-Haywarda podlegają ciągłemu rozszerzaniu z uwagi na ich wysoką dokładność przy niskiej złożoności obliczeniowej. Metody te są także podmiotem rozważań niniejszej rozprawy.

Autor rozprawy w pracach [32, 35, 46] zaproponował nowe, dokładniejsze metody wyznaczania parametrów ruchu przelewanego wielousługowych systemów klas ruchu Erlanga-Engseta-Pascala na podstawie kryterium dopasowania prawdopodobieństwa blokady. Szczegółowa analiza dokładności wyznaczania parametrów ruchu klas typu Pascala [30, 31] wskazała ograniczenia obecnie dostępnych metod i pozwoliła na opracowanie metody pozbawionej tych problemów, opublikowanej w pracy [34]. Modele wielousługowych systemów przelewowych, w których zarówno zasoby pierwotne, jak i zasoby wtórne obsługują mechanizmy kompresji ruchu, omówione zostały przez autora rozprawy w następujących publikacjach: w [47] dla systemów z kompresją bezprogową i ruchem elastycznym typu Erlanga; w [37] dla systemów z kompresją bezprogową i obsługą ruchu klas o skończonej liczbie źródeł; w [46] dla systemów z kompresją progową. Kompletne modele przelewowych systemów wielousługowych z obsługą ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego z kompresją progową oraz bezprogową omówiono w pracy [35]. Modele wielousługowych systemów przelewowych z kolejkami autor rozprawy opisał w pracach [33, 54–56, 75].

W wyniku przeprowadzonych badań zaproponowano następujące modele:

- model wielousługowego systemu przelewowego, zapewniający wzrost dokładności modelowania dla ruchu typu Pascala,
- model wielousługowego systemu przelewowego z kompresją bezprogową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych dla strumieni ruchu elastycznego,
- model wielousługowego systemu przelewowego z kompresją progową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych dla strumieni ruchu adaptacyjnego,

¹Dokładny przegląd badań przedstawiono w rozdziale 3

- model wielousługowego systemu przelewowego z kompresją progową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych dla strumieni ruchu elastycznego,
- model wielousługowego systemu przelewowego z kolejkowaniem zgłoszeń w zasobach pierwotnych oraz wtórnych,
- model wielousługowego systemu przelewowego z metodami wyznaczania długości kolejki zasobów pierwotnych oraz wtórnych z podziałem na obsługiwane klasy ruchu,
- model wielousługowego systemu przelewowego z metodami wyznaczania długości kolejki zasobów pierwotnych oraz wtórnych wspólnej dla wszystkich obsługiwanych klas,
- model wielousługowego systemu przelewowego z metodami wyznaczania średniego czasu oczekiwania zgłoszenia w kolejce zasobów pierwotnych oraz wtórnych.

Wysoka dokładność opracowanych metod pozwala na ich praktyczne wykorzystanie na etapie projektowania oraz optymalizacji wielousługowych systemów i sieci telekomunikacyjnych z przelewem ruchu, w których stosowane są dodatkowe mechanizmy zarządzania wielkością przydzielanych zasobów.

Najważniejsze rezultaty badań związanych bezpośrednio z rozprawą opublikowane zostały w następujących artykułach, referatach i rozdziałach:

1. M. Głąbowski, S. Hanczewski, D. Kmieciak, "Modelowanie mechanizmów równoważenia obciążenia w samoopptymalizujących się sieciach komórkowych 4G", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8-9/2015, str. 1191-1195, 2015.
2. S. Hanczewski, J. Weissenberg, D. Kmieciak, "The new approximative model of multiservice Erlang's ideal grading with queues", *Proceedings of the 10th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP 2016)*, str. 1 – 5, 2016.
3. S. Hanczewski, D. Kmieciak, "Properties of the Multiservice Erlang's Ideal Gradings", *Journal of Telecommunications and Information Technology*, nr 1/2016, str. 37 – 43, 2016.
4. M. Głąbowski, M. Stasiak, D. Kmieciak, "Overflow of Elastic Traffic", *Proceedings of the 2016 International Conference on Broadband Communications for Next Generation Networks and Multimedia Applications (CoBCom)*, str. 1 – 6, 2016.

5. S. Hanczewski, J. Weissenberg, D. Kmieciak, "Modelowanie analityczne wielousługowych, niepełnodostępnych systemów kolejkowych, *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8-9/2016, str. 874 – 878, 2016.
6. S. Hanczewski, D. Kmieciak, M. Stasiak, J. Weissenberg, "Multiservice Queuing System with Elastic Traffic", *Proceedings of the 2016 IEICE General Conference: IEICE*, str. 46-47, 2016.
7. A. Kaliszan, D. Kmieciak, "Analiza możliwości zastosowania algorytmów splotowych do modelowania systemów z dowolnymi strumieniami zgłoszeń", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8-9/2017, str. 782 – 788, 2017.
8. M. Głabowski, D. Kmieciak, "Overflows of elastic traffic", *Image Processing & Communications*, nr 22/1, str. 13-26, 2017.
9. M. Głabowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "Modelling of Multiservice Networks with Separated Resources and Overflow of Adaptive Traffic", *Journal of Wireless Communications and Mobile Computing*, tom 2018, str. 1 – 17, 2018.
10. A. Kaliszan, D. Kmieciak, "System z przelewem ruchu oraz kolejkami w zasobach pierwotnych oraz wtórnych", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne* nr 8-9/2018, str. 660 – 665, 2018.
11. M. Głabowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "Overflows in multiservice systems", *IEICE Transactions On Communications*, nr E102-B/5, str. 958 – 969, 2019.
12. M. Głabowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "Modelling multi-service overflow Pascal traffic", *Proceedings of the 2018 IEICE General Conference*, str. 70 – 71, 2018.
13. M. Głabowski, D. Kmieciak, "Modelowanie przelewowego ruchu Pascala", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 7/2019, str. 682–687, 2019.
14. M. Głabowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "Modelling Overflow Systems with Queuing in Primary Resources", *Quality, Reliability, Security and Robustness in Heterogeneous Systems . Qshine 2018. Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering, Springer*, nr 272, str. 148 – 157, 2019.

15. M. Głąbowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "On Increasing Accuracy of Modelling Multiservice Overflow Systems with Erlang-Engset-Pascal Streams", *Journal of Electronics MDPI*, nr 10/4, str. 508-1 – 508-24, 2021.

1.2 Cel i zakres pracy

Cel rozprawy

Celem rozprawy było opracowanie analitycznych i symulacyjnych modeli wielosługowych systemów przelewowych z ruchem Erlanga, Engseta i Pascala, w których stosowane są wybrane mechanizmy kształtowania ruchu (kolejkowanie, bezprogowa kompresja ruchu elastycznego, progowa kompresja ruchu elastycznego i adaptacyjnego), zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych. Dodatkowo, celem rozprawy było zbadanie obciążalności systemów przelewowych z ruchem wielosługowym i dodatkowymi mechanizmami sterującymi wielkością przydzielanych zasobów.

Prowadzone badania umożliwiły sformułowanie głównej tezy rozprawy w następującym brzmieniu:

Teza rozprawy

Możliwe jest opracowanie efektywnych modeli analitycznych wielosługowych systemów przelewowych z kolejkowaniem zgłoszeń oraz mechanizmami bezprogowej i progowej kompresji.

Pod pojęciem efektywności rozumiane jest tutaj opracowanie modeli sieci na poziomie zgłoszeń (strumieni pakietów / przepływów), które będą charakteryzować się wysoką dokładnością uzyskiwanych rezultatów, umożliwiającą ich wykorzystanie na etapie analizy i wymiarowania sieci oraz wspierania funkcji sterujących procesem przyjmowania zgłoszeń.

Etapy osiągnięcia postawionego celu rozprawy i udowodnienia sformułowanej hipotezy badawczej zostały szczegółowo opisane w kolejnych rozdziałach. Rozprawa została podzielona na osiem rozdziałów. W rozdziale drugim omówiono stosowane w pracy podstawowe pojęcia z zakresu inżynierii ruchu telekomunikacyjnego. Przedstawiono stosowaną definicję zasobu, a także obsługiwanych na nim strumieni ruchu klas o skończonej oraz nieskończonej liczbie źródeł wraz z modelami Erlanga, Engseta i Pascala. Zaprezentowano wielosługowy model systemu oraz metodę pozwalającą na wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości oraz prawdopodobieństwa blokady każdej z obsługiwanych klas.

W rozdziale trzecim przedstawiono przegląd dotychczasowych badań nad przelewami ruchu telekomunikacyjnego oraz omówiono, znany z literatury, ogólny model systemów wielousługowych z ruchem przelewowym. Omówiono dekompozycję wielousługowych zasobów pierwotnych, wyznaczenie parametrów ruchu spływającego poszczególnych klas ruchu, a także metodę wyznaczania rozkładu prawdopodobieństwa zajętości oraz prawdopodobieństwa blokady metodą Fredericksa-Haywarda na podstawie dwóch pierwszych momentów ruchu spływającego.

W rozdziale czwartym porównano metody wyznaczania prawdopodobieństw blokady systemów przelewowych. Podczas analizy uwzględniono metody istniejące oraz wprowadzone przez autora rozprawy modyfikacje i nowatorskie rozwiązania. W rozdziale omówione zostały ograniczenia metod systemów przelewowych z obsługą ruchu klas typu Pascala oraz zaproponowano aproksymację pozwalającą na ich rozwiązanie. Rozdział podsumowano oceną dokładności wszystkich zaprezentowanych w nim modeli analitycznych.

W rozdziale piątym zaproponowano nowe metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady systemów przelewowych z zastosowaną kompresją ruchu w zasobach pierwotnych i wtórnych. Zaproponowano nowe modele systemów przelewowych z kompresją bezprogową dla obsługi ruchu elastycznego, a także systemów przelewowych z kompresją progową, dla klas ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego. Dokładność zaproponowanych modeli analitycznych została określona w wyniku porównania otrzymanych na ich podstawie wyników z rezultatami eksperymentów symulacyjnych.

Rozdział szósty poświęcono systemom przelewowym z kolejkowaniem zgłoszeń, zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych. Zaproponowano nowy model wyznaczania rozkładu prawdopodobieństwa zajętości oraz prawdopodobieństwa blokady takich systemów. Następnie omówiono parametry kolejek oraz zaproponowano nowe modele wyznaczania średniej długości kolejki z podziałem na klasy oraz średniej długości kolejki wszystkich klas obsługiwanych w zasobie. Zaproponowano także modele wyznaczania czasu oczekiwania zgłoszenia w kolejce zasobów pierwotnych oraz wtórnych wielousługowych systemów przelewowych. Rozdział zakończono zaproponowanym przez autora rozprawy modelem ogólnym, pozwalającym na jednoczesne oraz dowolne stosowanie wszystkich omawianych w pracy mechanizmów optymalizacji ruchu, zarówno na zasobach pierwotnych, jak i na wtórnych. W celu oceny dokładności wszystkich proponowanych w rozdziale modeli analitycznych rezultaty otrzymane na ich podstawie zostały zestawione z wynikami eksperymentów symulacyjnych.

W rozdziale siódmym omówiono metody oraz narzędzia zastosowane w przygotowanym przez autora programie komputerowym, służącym do przeprowadzania eksperymentów symulacyjnych projektowanych modeli systemów telekomunikacyjnych. Przedstawiono uruchamiany proces symulacji przebiegający zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych systemu przelewowego obsługującego zgłoszenia klas ruchu typu Erlanga, Engseta oraz Pascala z dodatkowymi mechanizmami sterującym wielkością przydzielanych zasobów.

W ostatnim rozdziale pracy zawarto podsumowanie oraz wnioski dotyczące zaproponowanych w rozprawie metod modelowania systemów przelewowych. Wskazano, że cel pracy został osiągnięty, a hipoteza badawcza udowodniona. W rozdziale tym wymieniono najważniejsze rezultaty rozprawy oraz wskazano możliwe kierunki dalszych badań.

Rozdział 2

Podstawowe pojęcia teorii i inżynierii ruchu

Projektowanie nowych sieci telekomunikacyjnych oraz zarządzanie istniejącymi wymaga efektywnych narzędzi, które pozwalałyby określić wielkość niezbędnych zasobów do obsługi ruchu telekomunikacyjnego w sposób optymalny. W przypadku operatorów telekomunikacyjnych optymalność rozwiązania może być rozumiana jako minimalizacja prawdopodobieństwa blokady sieci przy jednoczesnej maksymalizacji stopnia wykorzystania istniejących zasobów i minimalizacji kosztów. Jednymi z głównych grup narzędzi, które mogą nas wspomóc na etapie wymiarowania, projektowania i później utrzymania sieci, są metody opracowane w ramach inżynierii ruchu telekomunikacyjnego. Metody te wynikają z odpowiednich, analitycznych bądź symulacyjnych, modeli teorii ruchu, obejmujących m.in. modele predykcji ruchu oraz jego obsługi w konkretnych systemach i sieciach telekomunikacyjnych. W dalszej części rozdziału przedstawione zostały najważniejsze pojęcia teorii i inżynierii ruchu, wykorzystywane w modelowaniu i analizie systemów z przelewem ruchu.

2.1 Zasoby i żądania

Sieć telekomunikacyjna może być rozważana jako zbiór połączonych ze sobą urządzeń końcowych oraz urządzeń pośredniczących, nazywanych także węzłami. Dane transmitowane w sieci przekazywane są pomiędzy kolejnymi węzłami w dostępnych kierunkach, podyktowanych infrastrukturą sieci. Możliwości transmisyjne zależą od zastosowanej technologii komunikacyjnej. Przesyłane dane powodują zajmowanie dostępnych zasobów w sieci, m.in. łączy, serwerów, pamięci.

Podstawą współczesnych sieci telekomunikacyjnych jest transmisja danych przesyłanych w postaci ciągu występujących po sobie pakietów. Rodzaj zastosowanej technologii warstwy łącza danych oraz typ realizowanej usługi w warstwie aplikacji definiują budowę oraz sposób transmisji pakietu.

Modele inżynierii ruchu, analizujące obsługę ruchu na poziomie pakietów, charakteryzują się wysoką dokładnością [4, 25, 104, 108, 155], jednak z uwagi na złożoność modeli ich stosowanie jest ograniczone do analizy pojedynczych zasobów węzła (interfejsów, kolejek, itp.) i do parametryzowania mechanizmów utrzymania sieci działających w czasie rzeczywistym. W celu uzyskania możliwości opracowania efektywnych (możliwych do zastosowania w obliczeniach inżynierskich) metod wymiarowania sieci, w inżynierii ruchu wiele modeli opiera się na analizie sieci na poziomie przepływów (zgłoszeń), tj. całych strumieni pakietów, przesyłanych w ramach realizacji danej usługi [9, 11, 111]. Zgłoszenie rozumiane jest jako strumień pakietów należących do danej usługi, potrzebnych do zrealizowania jej w całości lub jej pewnej spójnej części. Zgłoszenia przesyłane w ramach danej usługi posiadają taką samą charakterystykę i nazywane są klasami ruchu. Sposób podziału pakietów na zgłoszenia jest zależny od rodzaju świadczonej usługi [137].

Niezależnie od różnorodności współcześnie oferowanych usług, jednym z głównych kryteriów podziału, istotnym dla opracowywanych modeli wykorzystywanych do wymiarowania pojemności zasobów sieci, jest zmienność szybkości bitowej strumieni pakietów generowanych przez określone źródła ruchu. Na poziomie pakietów można wyróżnić tutaj usługi o stałej przepływności bitowej CBR (ang. Constant Bit Rate) oraz o zmiennej przepływności bitowej VBR (ang. Variable Bit Rate). W celu zapewnienia możliwości analizy sieci na poziomie zgłoszeń, zmienne szybkości generowania pakietów VBR zastępowane są pewną stałą szybkością bitową CBR, określaną jako tzw. pasmo ekwiwalentne (ang. Equivalent Bandwidth, EB) [26, 68, 81]. Po raz pierwszy pojęcie pasma ekwiwalentnego zaproponowano w pracy [68]. Wyznaczanie równoważnej wartości stałej przepływności dla zgłoszeń poszczególnych klas zakłada, że skutki jej oddziaływania na sieć powinny być takie same jak w przypadku strumieni pakietów o zmiennej przepływności oraz zgodne z wymaganiami odnośnie parametrów jakości usług (ang. Quality of Service, QoS) i możliwości ich spełnienia przez sieć. Zwykle wartość ta wyznaczana jest heurystycznie [2, 116, 117], w zależności od takich parametrów jak: całkowita pojemność systemu, maksymalna, minimalna oraz średnia przepływność strumienia pakietów, wariancja przepływności oscylujących między ekstremami prędkości bitowych, maksymalne opóźnienie

pakietów, zmienność opóźnień pakietów w czasie (jitter), akceptowalne opóźnienia dla danej klasy oraz inne zależne od danej technologii sieciowej [52, 105, 117]. Innym sposobem wyznaczenia pasma ekwiwalentnego jest przypisanie mu maksymalnej szybkości bitowej dla pojedynczych zgłoszeń, zgodnie z zasadą wymiarowania systemów w warunkach największych obciążeń sieci. Niezależnie od wybranej metody wyznaczania stałej przepływności nie ma ona wpływu na matematyczny model analizowanego systemu. Powinna ona być jednak ustalona z operatorem sieci na etapie projektowym. Formalna definicja równoważnej stałej przepływności zaproponowana została w [81], jednak wiele technik odbiega od tej definicji ze względu na konieczność szacowania jej parametrów w zależności od wymagań jakościowych [28].

Zastosowanie ekwiwalentnego pasma dla źródeł o zmiennej przepływności (VBR) umożliwia dalszą dyskretyzację zasobów i wielkości żądań, niezbędną do przejścia z poziomu pakietów na poziom zgłoszeń [78]. Proces ten polega na wprowadzeniu dyskretnych wartości jednostek alokacji (ang. Allocation Unit, AU), odpowiadających określonym np. szybkościom bitowym, definiowanym indywidualnie dla rozpatrywanego systemu. W literaturze nazywane są także Podstawowymi Jednostkami Pasma PJP (ang. Basic Bandwidth Unit, BBU) [137]. Za pomocą ustalonych jednostek opisywane są przepływności dostępnych zasobów oraz żądania klas ruchu. W pracy przyjęto, że parametry te wyrażane będą za pomocą jednostek alokacji (JA).

Dyskretyzacja pasma jest ostatnim etapem zamiany parametrów ruchu rozpatrywanych z poziomu pakietów na parametry ruchu poziomu zgłoszeń. Pozwala to na modelowanie systemów, które nie uwzględniają dokładnych prędkości bitowych, co zwiększa ich uniwersalność zastosowań. Do wyrażenia wielkości jednostek alokacji stosuje się liczby całkowite, przez co szybkość transmisji przypisana pojedynczej jednostce pasma musi być dzielnikiem przepływności każdej z klas [117]. Powyższe założenie pozwala wyznaczyć maksymalną możliwą wartość JA dla danego systemu za pomocą największego wspólnego dzielnika (ang. Greatest Common Divisor) wszystkich przepływności lub pasm ekwiwalentnych m klas oferowanych systemowi [116, 117]:

$$R_{JA} = \text{NWD}(R_1, R_2, \dots, R_m), \quad (2.1)$$

gdzie:

- R_{JA} – przepływność odpowiadająca jednej jednostce alokacji, wyrażona np. w b/s (częstą praktyką stosowaną podczas modelowania systemu jest uproszczenie polegające na przyjęciu wartości JA jako 1 b/s (lub 1 kb/s) [136]),

- m – liczba klas ruchu oferowanego,
- R_c – przepływność zgłoszeń klasy c definiowana przez szerokość pasma lub pasma ekwiwalentnego dla zgłoszeń o zmiennej przepływności, wyrażana w b/s.

Określona w ten sposób przepływność jednostki alokacji dla wybranego systemu posłuży do wyznaczenia dyskretnej wartości pojemności zasobów V oraz żądań klas ruchu t . Na tej podstawie można wyznaczyć pojemność zasobu r korzystając z następującego wzoru:

$$V_r = \left\lceil \frac{C_r}{R_{JA}} \right\rceil, \quad (2.2)$$

gdzie:

- V_r – pojemność zasobu r wyrażona w JA,
- C_r – pojemność zasobu r wyrażona w b/s.

Liczba t_c jednostek alokacji, potrzebnych do obsługi zgłoszenia klasy c , wyznaczana jest w analogiczny sposób:

$$t_c = \left\lceil \frac{R_c}{R_{JA}} \right\rceil. \quad (2.3)$$

Zgłoszenia poszczególnych klas ruchu generowane są przez określone zbiory źródeł ruchu. Na potrzeby inżynierii ruchu, strumienie zgłoszeń poszczególnych klas można podzielić w zależności od stosunku liczności zbioru źródeł ruchu N do pojemności systemu V . Kryterium to pozwoliło określić strumienie od tzw. nieograniczonej (nieskończonej) liczby źródeł ruchu (strumienie Erlanga) oraz od ograniczonej (skończonej) liczby źródeł ruchu (strumienie Engseta i Pascala). W praktyce systemy, dla których iloczyn wartości żądań oraz liczby źródeł jest mniejsza niż 15-krotność pojemności systemu są rozważane jako systemy ze skończoną liczbą źródeł [126]:

$$\sum_{c=1}^m N_c t_c < 15V. \quad (2.4)$$

W przypadku modeli systemów ze skończoną liczbą źródeł ruchu, źródła będące w stanie wolnym generują kolejne zgłoszenia zgodne z charakterystyką klasy, do której należą. W momencie przyjęcia takiego zgłoszenia do obsługi, źródło przechodzi w stan zajętości (stan nieaktywny) i do czasu jej zakończenia nie generuje zgłoszeń. W przypadku klas z nieskończoną liczbą źródeł, wpływ zajętości pojedynczych źródeł na ruch oferowany jest pomijalnie mały. Uwzględnienie skończonej liczby źródeł ruchu wpływa bezpośrednio na wzrost złożoności

opracowywanych metod, ale jednocześnie na wzrost dokładności uzyskiwanych rezultatów, prawdopodobieństwa blokady lub wartości ruchu traconego, w przypadku systemów o małej pojemności.

Z uwagi na konieczność budowy systemów efektywnych kosztowo, a przez to o ograniczonej pojemności, w czasie okresów wzmożonej intensywności generowania zgłoszeń system telekomunikacyjny może nie być w stanie obsłużyć wszystkich pojawiających się zgłoszeń [135]. W związku z tym, wyróżnić można trzy rodzaje ruchu:

- ruch oferowany A – hipotetyczna wartość natężenia ruchu, która zostałaby obsłużona w systemie bez strat ruchu,
- ruch obsłużony Y – wartość natężenia ruchu obsłużonego przez określony zasób,
- ruch tracony R – wartość ruchu straconego (odrzuconego) ze względu na jego chwilową zajętość systemu lub politykę obsługi; ruch ten w systemach z przelewem ruchu może być oferowany zasobom alternatywnym.

Uwzględniając przedstawione definicje, zależność między ruchem oferowanym, obsłużonym i straconym wyrażona jest następującą zależnością:

$$A = Y + R. \quad (2.5)$$

2.2 Podstawowe modele systemów jednousługowych

W tym rozdziale przedstawione zostały klasyczne modele teorii ruchu, opisujące jedno-usługowe systemy telekomunikacyjne, tj. systemy obsługujące zgłoszenia jednej klasy, wymagające zawsze 1 JA do obsługi. Modele te będą wykorzystane w dalszej części pracy do wyznaczania wartości pewnych parametrów, niezbędnych do opisu systemów wielousługowych z przelewem ruchu.

W prezentowanych w dalszej części pracy modelach zakłada się, że dostępność wolnych zasobów systemu zmienia się w czasie i zależy od ciągu następujących po sobie zdarzeń. Należy do nich zarówno strumień zgłoszeń oferowanych, jak i strumień obsługi będący kolejnymi momentami zakończenia zgłoszeń. Czasy pojawiania się kolejnych zgłoszeń od wolnych źródeł

oraz czas trwania ich obsługi są wartościami losowymi o charakterze wykładniczym z wartościami oczekiwanymi będącymi odwrotnościami intensywności zgłoszeń $\frac{1}{\lambda}$ oraz intensywności obsługi $\frac{1}{\mu}$. Ze względu na dostępną liczbę źródeł, wyróżnione będą systemy z nieskończoną i skończoną liczbą źródeł ruchu, tj. systemy, odpowiednio, z niezależnym i zależnym od stanu procesem napływania zgłoszeń.

2.2.1 Model Erlanga

Model ten stosowany jest dla systemów, w których liczba źródeł ruchu znacznie przekracza wielkość dostępnych zasobów. W praktyce przyjmuje się nieskończoną liczbę źródeł, w związku z czym napływanie zgłoszeń nie jest zależne od aktualnego stanu zajętości zasobów. Każde zgłoszenie przyjmowane do systemu zajmuje zasoby na czas trwania obsługi i żąda 1 JA. Na rysunku 2.1 na stronie 16 pojemność systemu została oznaczona jako V , a znalezienie się systemu w stanie $l \in \langle 0, V \rangle$ oznacza zajętość l JA w wyniku obsługi zgłoszeń. Prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia zakończenia obsługi rośnie proporcjonalnie do liczby aktualnie obsługiwanych zgłoszeń.

Generowane w ten sposób zgłoszenia tworzą strumień Poissona i wykazują następujące właściwości:

- stacjonarność – wartość średnia intensywności zgłoszeń jest niezmienna w czasie,
- brak następstw – napływające zgłoszenia nie są w żaden sposób zależne od zgłoszeń poprzednich, ani nie wpływają na kolejne,
- pojedynczość – w danym, nieskończenie małym przedziale czasu momencie może pojawić co najwyżej tylko jedno zgłoszenie.

Natężenie ruchu oferowanego przez strumień Poissona można określić jako średnią liczbę zgłoszeń λ w okresie równym średniemu czasowi potrzebnemu na obsługę tego typu zgłoszenia $1/\mu$:

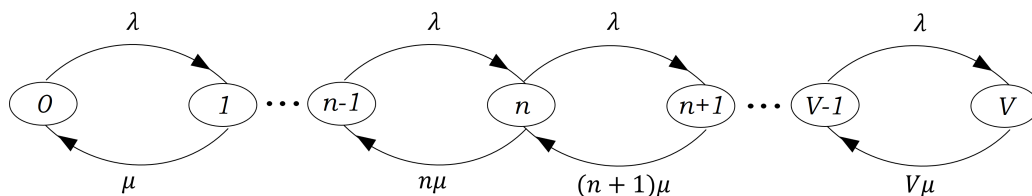
$$A = \frac{\lambda}{\mu}, \quad (2.6)$$

gdzie:

- A – średnie natężenie ruchu oferowanego,
- λ – intensywność strumienia zgłoszeń,

- μ – intensywność strumienia obsługi zgłoszeń.

Powyzsza charakterystyka modelu pozwala rozpatrywać proces zajmowania zasobów jako ciągły proces Markowa z dyskretną przestrzenią zdarzeń [63]. Ciągłość procesu oznacza możliwość pojawienia się zmiany stanu w dowolnych momentach, a dyskretna przestrzeń dotyczy przeliczalnej liczby stanów zasobu. Diagram procesu Markowa prezentujący zmiany stanów modelu Erlanga został zaprezentowany na rysunku 2.1. Stan zajętości systemu zmienia się z każdym zakończeniem obsługi oraz pojawieniem się nowego zgłoszenia. Dla systemów ze skończoną liczbą stanów oraz możliwością znalezienia się w każdym ze stanów, przy czasie obserwacji dążącym do nieskończoności istnieją jednak finalne prawdopodobieństwa stanów [126], tj. stany ustalone.



RYSUNEK 2.1: Diagram stanów zajętości systemu w modelu Erlanga

Istotnym parametrem pozwalającym na ocenę wydajności sieci jest prawdopodobieństwo blokady E . Zdarzenie blokady występuje, gdy aktualny stan zajętości zasobów uniemożliwia przyjęcie kolejnego zgłoszenia klasy. W pełnodostępnym systemie jednousługowym, w którym decyzja o przyjęciu zgłoszenia uzależniona jest jedynie od liczby wolnych jednostek alokacji, prawdopodobieństwo blokady jest równoznaczne z zajętością wszystkich zasobów i wyznacza się za pomocą wzoru Erlanga, zwanego także pierwszym wzorem Erlanga lub B-wzorem Erlanga:

$$E = E_V(A) = \frac{\frac{A^V}{V!}}{\sum_{i=0}^V \frac{A^i}{i!}}, \quad (2.7)$$

gdzie:

- A – średnie natężenie ruchu oferowanego,
- V – pojemność zasobu, któremu ruch był oferowany.

Prawdopodobieństwo strat B może zostać określone jako stosunek zgłoszeń traconych do wszystkich zgłoszeń oferowanych systemowi. Średnia liczba zgłoszeń traconych w jednostce czasu może zostać wyznaczona jako iloczyn prawdopodobieństwa blokady $E_V(A)$ oraz intensywności strumienia zgłoszeń λ oferowanych w jednostce czasu. Prowadzi to do wniosku, że

dla strumienia ruchu Erlanga oferowanego na pełnodostępny zasób, wartości prawdopodobieństwa blokady oraz strat są sobie równe:

$$B = \frac{\lambda E_V(A)}{\lambda} = E_V(A) = E. \quad (2.8)$$

Ruch rozważany w modelu Erlanga (Poissonowski strumień zgłoszeń, wykładniczy czas obsługi) określany jest także jako PCT1 (ang. Pure Chance Traffic of Type 1).

2.2.2 Model Engseta

Systemy ze skończoną liczbą źródeł wykazują zależny od stanu proces napływania zgłoszeń, ponieważ natężenie strumienia oferowanych zgłoszeń jest bezpośrednio związane z liczbą aktualnie wolnych (nieobsługiwanych) źródeł ruchu. Zgodnie z założeniami modelu, źródło, którego zgłoszenie zostało przyjęte do obsługi, nie może wygenerować kolejnych zgłoszeń do czasu zakończenia obsługi aktualnego zgłoszenia. Czasy pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami generowanymi przez pojedyncze źródło w stanie wolnym mają rozkład wykładniczy, a ich intensywność wynosi γ . Jedno wolne źródło generuje ruch o natężeniu:

$$\alpha = \frac{\gamma}{\mu}, \quad (2.9)$$

gdzie:

- α – średnie natężenie ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło ruchu,
- γ – intensywność zgłoszeń generowanych przez jedno wolne źródło,
- μ – intensywność obsługi zgłoszeń generowanych przez jedno wolne źródło.

Wartość średnia natężenia ruchu oferowanego jest więc także zależna od aktualnego stanu zajętości systemu. Dla n zajętych jednostek alokacji wynosi ona [38, 44, 50, 73]:

$$A(n) = (N - i(n)) \alpha, \quad (2.10)$$

gdzie:

- $A(n)$ – średnie natężenie ruchu oferowanego w stanie n systemu (zajętości n zasobów systemu),

- N – liczba źródeł ruchu generujących zgłoszenia,
- $i(n)$ – liczba zajętych źródeł ruchu, a tym samym liczba obsługiwanych zgłoszeń w stanie n systemu.

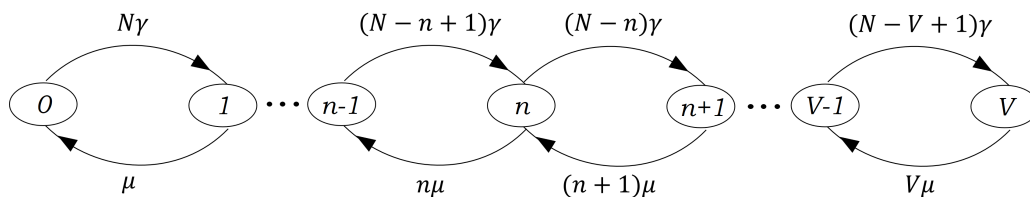
Średnia intensywność zgłoszeń także może być wyrażona w postaci zależności od liczby obsługiwanych zgłoszeń:

$$\lambda(n) = (N - i(n)) \gamma, \quad (2.11)$$

gdzie:

- $\lambda(n)$ – średnia intensywność zgłoszeń oferowanych w stanie n systemu (zajętości n zasobów systemu),
- γ – intensywność zgłoszeń generowana przez jedno wolne źródło.

Po uwzględnieniu zmiennej wartości natężenia ruchu oferowanego w zależności od stanu, diagram procesu zmian stanów zasobu w modelu Engseta został zaprezentowany na rysunku 2.2.



RYSUNEK 2.2: Diagram stanów zajętości systemu w modelu Engseta

Prawdopodobieństwo blokady E pełnodostępnego systemu jednousługowego obsługującego strumień ruchu Engseta jest stanem zajętości wszystkich zasobów V i można go zapisać w poniższy sposób:

$$E = \frac{\binom{N}{V} \alpha^V}{\sum_{j=0}^V \binom{N}{j} \alpha^j}, \quad (2.12)$$

gdzie:

- V – pojemność zasobu wyrażona w jednostkach alokacji,
- N – liczba źródeł ruchu oferujących zgłoszenia typu Engseta.

Wzór (2.12) jest uogólnieniem wzoru Erlanga i sprowadza się do niego przy liczbie źródeł dążącej do nieskończoności.

Prawdopodobieństwo strat jest stosunkiem strumienia zgłoszeń pojawiających się w momencie całkowitej zajętości systemu do strumienia ruchu oferowanego. Dla systemu z ograniczoną liczbą źródeł strumień zgłoszeń traconych pochodzi od $N - V$ źródeł:

$$B = \frac{\binom{N-1}{V} \alpha^V}{\sum_{j=0}^V \binom{N-1}{j} \alpha^j}. \quad (2.13)$$

W modelu Engseta prawdopodobieństwo blokady zawsze jest większe od prawdopodobieństwa strat. Oba powyższe równania (2.12, 2.13) nazywane są wzorami Engseta.

Średni ruch oferowany przez jedno źródło a można zdefiniować jako średni czas aktywności źródła $\frac{1}{\mu}$ do całkowitego czasu obserwacji, czyli sumy czasu aktywności oraz czasu pomiędzy zgłoszeniami $\frac{1}{\gamma}$. Powyższa definicja może być także wyrażona za pomocą średniego ruchu oferowanego przez jedno źródło znajdujące się w stanie wolnym α :

$$a = \frac{\frac{1}{\mu}}{\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\mu}} = \frac{\alpha}{1 + \alpha}. \quad (2.14)$$

Ruch rozważany w modelu Engseta (strumień zgłoszeń zgodny z rozkładem dwumianowym, wykładniczy czas obsługi) określamy jako PCT2 (ang. Pure Chance Traffic of Type 2).

2.2.3 Model Pascala

Strumień ruchu Pascala generowany jest przez skończoną liczbę źródeł, a proces napływania zgłoszeń jest zależny od aktualnego stanu zajętości systemu (liczby obsługiwanych źródeł ruchu). Model po raz pierwszy zaproponowany został w [146]. W przeciwieństwie do modelu Engseta, intensywność zgłoszeń generowanych w modelu Pascala wzrasta liniowo wraz z liczbą aktualnie obsługiwanych źródeł. Oznaczając przez S liczbę źródeł ruchu, wrastającą intensywność oferowanych zgłoszeń można wyrazić wzorem:

$$\lambda(n) = (S + i(n)) \gamma, \quad (2.15)$$

gdzie:

- $\lambda(n)$ – średnia intensywność zgłoszeń ruchu oferowanego w stanie n systemu (zajętości n zasobów systemu),

- $i(n)$ – liczba zajętych źródeł ruchu, a tym samym liczba obsługiwanych zgłoszeń w stanie n systemu,
- γ – intensywność zgłoszeń generowana przez jedno wolne źródło.

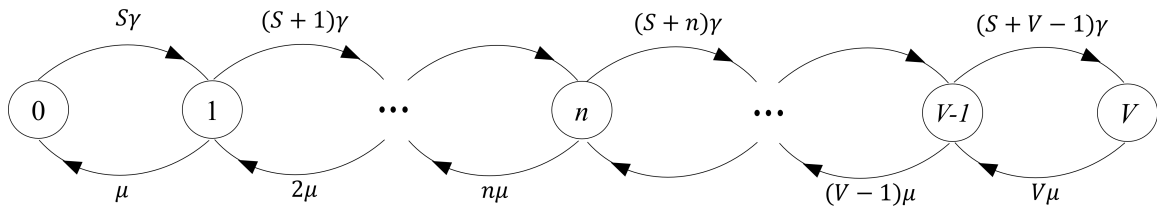
Uwzględniając wartość ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło:

$$\beta = \frac{\gamma}{\mu}, \quad (2.16)$$

wartość średnią ruchu oferowanego $A(n)$ w stanie n można wyrazić wzorem [38, 44, 50, 73]:

$$A(n) = (S + i(n)) \beta. \quad (2.17)$$

W modelu zakłada się, że czasy obsługi oraz czasy pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami pochodzącymi od wolnych źródeł mają rozkład wykładniczy. Diagram procesu Markowa, opisujący proces obsługi w rozważanym systemie, przedstawiono na rysunku 2.3.



RYSUNEK 2.3: Diagram stanów zajętości systemu w modelu Pascala

Model Pascala określany jest także ujemnym rozkładem dwumianowym. Podobieństwo do modelu Engseta pozwala na wyprowadzenie wzoru opisującego prawdopodobieństwo zajętości n zasobów do postaci wzoru (2.12) ze zmienionym znakiem dla liczby źródeł S oraz średniego natężenia ruchu oferowanego przez jedno źródło ruchu β :

$$p(n) = \frac{\binom{-S}{n} (-\beta)^n}{\sum_{j=0}^V \binom{-S}{j} (-\beta)^j}. \quad (2.18)$$

Ujemne wartości symbolu Newtona można zapisać w zmienionej postaci stosując wzór górnej negacji:

$$\binom{-S}{n} = (-1)^n \binom{S+n-1}{n}. \quad (2.19)$$

Prawdopodobieństwo blokady dla jednousługowego pełnodostępnego modelu Pascala jest prawdopodobieństwem zajętości wszystkich zasobów V . Po wprowadzeniu zależności z wzoru (2.19) prawdopodobieństwo to można zapisać w postaci:

$$E = p(V) = \frac{\binom{S+V-1}{V} (-\beta)^V}{\sum_{j=0}^V \binom{S+j-1}{j} (-\beta)^j}, \quad (2.20)$$

gdzie:

- S – liczba źródeł ruchu klasy Pascala,
- V – pojemność zasobu wyrażona w jednostkach alokacji,
- β – średnie natężenie ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło.

W celu wyznaczenia prawdopodobieństwa blokady dla strumienia zgłoszeń Pascala uważamy, że strumień ten generowany w stanie blokady systemu pochodzi od $N + V$ źródeł. Zatem, uwzględniając wzór (2.20), ostatecznie otrzymujemy:

$$B = \frac{\binom{S+V-1}{V} (-\beta)^V (S+V)\gamma}{\sum_{j=0}^V \binom{S+j-1}{j} (-\beta)^j (S+j)\gamma}. \quad (2.21)$$

2.3 Wielousługowy model Erlanga-Engseta-Pascala

Współczesne sieci wielousługowe obsługują ruch zintegrowany, generowany przez źródła należących do różnych klas ruchu [38, 50]. W literaturze poświęconej modelowaniu współczesnych systemów telekomunikacyjnych rozważa się następujące typy ruchu: Erlanga, Engseta i Pascala. W przypadku ruchu Erlanga, strumień zgłoszeń jest strumieniem Poissona. Cechą charakterystyczną strumienia Poissona jest jego stała intensywność, co oznacza, że liczba pojawiających się zgłoszeń w jednostce czasu nie zmienia się. Ten typ ruchu określa się jako ruch z nieskończoną liczbą źródeł ruchu. Drugim rozważanym typem ruchu jest ruch Engseta, którego strumień zgłoszeń opisany jest za pomocą strumienia Bernoullego. W tym przypadku liczba źródeł ruchu jest ograniczona, a intensywność strumienia maleje wraz ze wzrostem obciążenia systemu, co jest jednoznaczne z rosnącą liczbą zajętych (aktywnych) źródeł ruchu. W przypadku ruchu typu Pascala, strumień zgłoszeń jest strumieniem Pascala, liczba źródeł

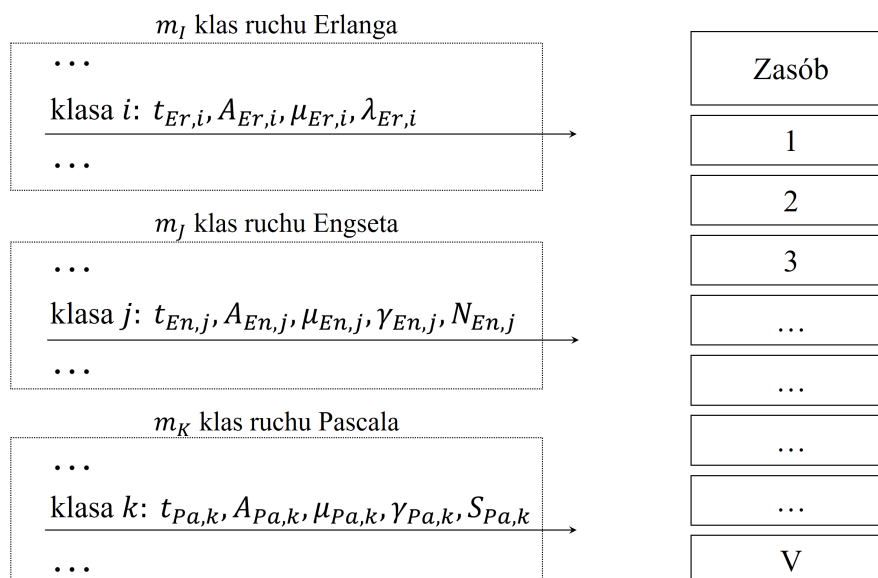
ruchu jest ograniczona, a intensywność strumienia zgłoszeń rośnie wraz ze wzrostem obciążenia systemu.

W rozprawie analizowane są systemy o skończonych pojemnościach, obsługujące mieszaninę strumieni zgłoszeń typu Erlanga, Engseta oraz Pascala. W literaturze ruch ten określany jest często także skrótem BPP (od nazw strumieni zgłoszeń: Bernoulli–Poisson–Pascal lub w literaturze anglojęzycznej częściej jako Binomial–Poisson–Pascal).

W wielosługowym modelu z ruchem BPP zakłada się istnienie pełnodostępnego zasobu o pojemności V JA, któremu oferowany jest ruch pochodzący od m klas ze zbioru $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$, gdzie m jest sumą m_{Er} klas Erlanga, m_{En} klas Engseta oraz m_{Pa} klas Pascala:

$$m = m_{Er} + m_{En} + m_{Pa}. \quad (2.22)$$

Dla zwiększenia czytelności, we wzorach opisujących mieszaniny klas ruchu parametry zostały uzupełnione o indeksy dolne wskazujące na typ ruchu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oraz indeks klasy c ($c \in M$): (Er, i) dla klasy i typu Erlanga, (En, j) dla klasy j typu Engseta oraz (Pa, k) dla klasy k typu Pascala (rysunek 2.4). Jeżeli dany dział omawia tylko jeden typ ruchu, będą one pomijane.



RYSUNEK 2.4: Schemat zasobu pełnodostępnego obsługującego ruch oferowany przez klasy Erlanga-Engseta-Pascala

Zgłoszenia klasy c żądają t_c JA. W przypadku, gdy zajętość systemu n jest większa niż $V - t_c$ JA, zgłoszenie klasy c jest tracone z uwagi na brak wolnych zasobów wystarczających

do jego obsługi. Prawdopodobieństwo blokady wyznaczane jest oddzielnie dla każdej z klas jako suma prawdopodobieństw znalezienia się zasobu w stanach uniemożliwiających przyjęcie kolejnego zgłoszenia. Stąd też wzór określający prawdopodobieństwo blokady przedstawia się następująco:

$$E_c = \sum_{n=V-t_c+1}^V [P_n]_V, \quad (2.23)$$

gdzie $[P_n]_V$ jest prawdopodobieństwem zajętości n zasobów systemu o pojemności V JA (przebywania systemu w stanie zajętości n JA).

W celu wyznaczenia rozkładu zajętości (prawdopodobieństw $[P_n]_V$) w rozważanym systemie pełnodostępnym, w którym występuje zmiana natężenia strumienia zgłoszeń w zależności od liczby obsługiwanych źródeł ruchu (stanu zajętości systemu), w rozprawie wykorzystano metodę MIM-NSD-BPP (ang. Multiple Iteration Method - Not State Dependent) [38, 44].

Metoda ta charakteryzuje się wysoką dokładnością wyznaczanych wartości. Podstawą tego algorytmu, dla klas z zależnym od stanu procesem napływania zgłoszeń (tj. Engseta oraz Pascala), jest wyznaczanie liczby aktywnych źródeł ruchu $i_c(n)$ danej klasy c , na podstawie równicy do wartości średniej liczby obsługiwanych zgłoszeń $y_c(n)$ tej klasy w poszczególnych stanach zajętości systemu n .

Przedstawienie najważniejszych założeń metody wymaga określenia wartości ruchu oferowanego $A_{Er,i}$, $A_{En,j}(n)$, $A_{Pa,k}(n)$ systemowi przez strumienie Erlanga–Engseta–Pascala. Dla klas ruchu typu Engseta i Pascala ruch oferowany w poszczególnych stanach zajętości systemu n można wyrazić jako zależność od współczynnika zmian strumienia zgłoszeń $\sigma_c(n)$. W przypadku klas ruchu typu Erlanga wartość ruchu oferowanego danej klasy jest stała w każdym ze stanów. Stąd też, dla poszczególnych klas ruchu, średnie natężenie ruchu oferowanego wyrażone jako zależność od stanu zajętości systemu n przedstawia się on następująco:

$$\text{dla klas typu Erlanga: } \forall_{0 \leq n \leq V} A_{Er,i}(n) = A_{Er,i}, \quad (2.24)$$

$$\text{dla klas typu Engseta: } A_{En,j}(n) = N_{En,j} \alpha_{En,j} \sigma_{En,j}(n), \quad (2.25)$$

$$\text{dla klas typu Pascala: } A_{Pa,k}(n) = S_{Pa,k} \beta_{Pa,k} \sigma_{Pa,k}(n), \quad (2.26)$$

gdzie:

- $N_{En,j}$ – liczba źródeł klasy j typu Engseta,
- $S_{Pa,k}$ – liczba źródeł klasy k typu Pascala,

- $\alpha_{En,j}$ – średnie natężenie ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta,
- $\beta_{Pa,k}$ – średnie natężenie ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala.

Określona w ten sposób definicja średniego natężenia ruchu oferowanego przez poszczególne klasy, po zestawieniu wzorów (2.25) z (2.10) dla ruchu typu Engseta oraz (2.26) z (2.17) dla ruchu typu Pascala, pozwala zapisać współczynnik zmian strumienia zgłoszeń σ w następującej postaci:

$$\sigma_{En,j}(n) = \frac{N_{En,j} - i_{En,j}(n)}{N_{En,j}} \text{ dla klas typu Engseta,} \quad (2.27)$$

$$\sigma_{Pa,k}(n) = \frac{S_{Pa,k} + i_{Pa,k}(n)}{S_{Pa,k}} \text{ dla klas typu Pascala,} \quad (2.28)$$

gdzie:

- $i_{En,j}(n)$ – średnia liczba aktywnych źródeł klasy j typu Engseta przy n zajętych zasobach,
- $i_{Pa,k}(n)$ – średnia liczba aktywnych źródeł klasy k typu Pascala przy n zajętych zasobach.

Rozkład prawdopodobieństw $[P_n]_V$ zajętości w zasobie pełnodostępnym obsługującym ruch zintegrowany może być określany na podstawie wzoru:

$$n[P_n]_V = \sum_{c=1}^m A_{X,c}(n - t_{X,c})t_{X,c}[P_{n-t_{X,c}}]_V, \quad (2.29)$$

nazywanego uogólnionym rozkładem Kaufmana-Robertsza – URKR [133, 134]. Wzór ten, po uwzględnieniu definicji średniego natężenia ruchu opisanego wzorami (2.24), (2.25), (2.26), można zatem zapisać w postaci [44]:

$$\begin{aligned} n[P_n]_V = & \sum_{i=1}^{m_{Er}} A_{Er,i} t_{Er,i} [P_{n-t_{Er,i}}]_V + \sum_{j=1}^{m_{En}} N_{En,j} \alpha_{En,j} \sigma_{En,j}(n - t_{En,j}) t_{En,j} [P_{n-t_{En,j}}]_V \\ & + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} S_{Pa,k} \beta_{Pa,k} \sigma_{Pa,k}(n - t_{Pa,k}) t_{Pa,k} [P_{n-t_{Pa,k}}]_V. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Wyznaczenie wartości ruchu oferowanego Engseta i Pascala we wzorze (2.30) wymaga określenia współczynników zmian strumienia zgłoszeń $\sigma_{X,c}$, a tym samym średniej liczby aktywnych źródeł ruchu w poszczególnych stanach zajętości $i_{X,c}(n)$. W metodzie MIM-NSD-BPP przyjęto, że liczba ta jest równa średniej liczbie obsługiwanych zgłoszeń $y_{X,c}(n)$ tej klasy, która,

zgodnie z [44], można określić następującym równaniem:

$$i_{X,c}(n) = y_{X,c}(n) = \begin{cases} \frac{A_{X,c}(n-t_{X,c})[P_{n-t_{X,c}}]_V}{[P_n]_V} & \text{dla } t_{X,c} \leq n \leq V, \\ 0 & \text{dla pozostałych.} \end{cases} \quad (2.31)$$

We wzorze (2.31), do wyznaczenia średniej liczby zgłoszeń klasy c niezbędne jest określenie wartości rozkładu prawdopodobieństwa $[P_n]_V$ oraz wartości ruchu oferowanego w poszczególnych stanach zajętości $A_{X,c}(n)$.

Wyznaczone na podstawie wzoru (2.30) prawdopodobieństwo $[P_n]_V$ stanowi dane wejściowe dla metody iteracyjnej MIM-NSD-BPP, pozwalającej na wyznaczenie średniej liczby obsługiwanych zgłoszeń w stanach n , dla każdej z klas typu Engseta oraz Pascala. Przedstawione powyżej zależności tworzą układ równań uwikłanych, do rozwiązania których zaproponowano podejście iteracyjne [50].

Parametry, których wartości zmieniają się z każdym krokiem iteracji l zostaną oznaczone jego numerem w indeksie górnym, np. dla prawdopodobieństwa zajętości jest to $[P_n^{(l)}]_V$, gdzie l początkowo jest równe 0, a następnie inkrementowane z każdą iteracją algorytmu. Średnie liczby aktywnych źródeł $i_{En,j}^{(l)}(n)$ oraz $i_{Pa,k}^{(l)}(n)$ na etapie zerowym jeszcze nie są znane i przyjmują wartości zerowe.

W każdym kolejnym kroku wyznaczane są nowe dokładniejsze wartości $i_{X,c}^{(l)}(n)$ dla kolejnego l , gdzie (X, c) może być zarówno strumieniem Engseta (En, j) , jak i Pascala (Pa, k) :

$$i_{X,c}^{(l)}(n) = y_{X,c}^{(l)}(n) = \begin{cases} \frac{A_{X,c}^{(l)}(n-t_{X,c})[P_{n-t_{X,c}}^{(l-1)}]_V}{[P_n^{(l-1)}]_V} & \text{dla } t_{X,c} \leq n \leq V, \\ 0 & \text{dla pozostałych,} \end{cases} \quad (2.32)$$

gdzie $A_{X,c}$ zgodnie z wzorami (2.25) oraz (2.26) przyjmuje wartości:

$$A_{En,j}^{(l)}(n - t_{En,j}) = N_{En,j} \alpha_{En,j} \sigma_{En,j}^{(l)}(n - t_{En,j}), \quad (2.33)$$

$$A_{Pa,k}^{(l)}(n - t_{Pa,k}) = S_{Pa,k} \beta_{Pa,k} \sigma_{Pa,k}^{(l)}(n - t_{Pa,k}) \quad (2.34)$$

oraz:

$$\sigma_{En,j}^{(l)}(n - t_{En,j}) = \frac{N_{En,j} - i_{En,j}^{(l)}(n - t_{En,j})}{N_{En,j}}, \quad (2.35)$$

$$\sigma_{Pa,k}^{(l)}(n - t_{Pa,k}) = \frac{S_{Pa,k} + i_{Pa,k}^{(l)}(n - t_{Pa,k})}{S_{Pa,k}}. \quad (2.36)$$

Zauważmy, że w przedstawionych powyżej zależnościach wartości wzajemnie od siebie zależne dotyczą różnych kroków iteracji. W przygotowanym przez autora pracy programie komputerowym dane te przechowywane są w oddzielnych tabelach do czasu zakończenia obliczeń algorytmu, co pozwoliło uniknąć wzrostu poziomu skomplikowania obliczeń, pomimo uwikłanego układu równań.

Metoda MIM-NSD-BPP rekurencyjnie odwołuje się do niższych stanów zajętości ($n - t_{X,c}$). Odwołanie do stanów niższych niż wartość żądania klasy $n \leq t_{X,c}$, będących równocześnie stanami mniejszymi niż należące do zasobu, powoduje zwrócenie wartości 0 przez parametr $i_c(n - t_c)$, ponieważ żadne zgłoszenie nie jest wtedy obsługiwane.

Każda iteracja rozpoczyna się od ponownego wyliczenia prawdopodobieństwa blokady (wzór (2.30)) z uwzględnieniem nowej wartości wyznaczonej średniej liczby aktywnych źródeł $i_{X,c}(n)$. Zakończenie procesu iteracyjnego jest uwarunkowane uzyskaniem zadanej wcześniej dokładności ϵ dla wszystkich klas ruchu c :

$$\forall_{0 \leq n \leq V} \left| \frac{i_{X,c}^{(l-1)}(n) - i_{X,c}^{(l)}(n)}{i_{X,c}^{(l)}(n)} \right| \leq \epsilon. \quad (2.37)$$

Efektem zakończenia iteracji jest uzyskanie wartości:

- $\sigma_{X,c}(n)$ – współczynnika zmian strumienia zgłoszeń klasy c dla każdego stanu n zasobu,
- $i_{X,c}(n)$ – średniej liczby aktywnych źródeł klasy c dla każdego stanu n zasobu,
- $y_{X,c}(n)$ – średniej liczby obsługiwanych zgłoszeń klasy c dla każdego stanu n zasobu,
- $A_{X,c}(n)$ – średniego natężenia ruchu oferowanego klasy c w każdym stanie n zasobu.

Na podstawie wyznaczonych wartości prawdopodobieństwo blokady dla każdej klasy c może być zapisane za pomocą wzoru:

$$E_{X,c} = \sum_{n=V-t_{X,c}+1}^V [P_n]_V. \quad (2.38)$$

Początkowe przyjęte założenie zerowych wartości liczby obsługiwanych zgłoszeń powoduje zajęcie w pierwszej iteracji takiej samej liczby jednostek alokacji zasobu dla strumieni ruchu Engseta oraz Pascala jak w przypadku zwykłego strumienia Erlanga. W kolejnych krokach wartości te są doprecyzowywane. Autor zauważa jednak, że dla pewnych systemów takie podejście przy wyznaczaniu kolejnych stanów n może przypisać klasom Engseta wartości większe niż wynika to z iloczynu dostępnej liczby źródeł klasy oraz wartości żądań, tj. $N_{En,j}t_{En,j}$.

Pojawienie się takiej sytuacji wprowadza znaczne, rosnące z każdą iteracją, oscylacje wokół wartości parametru $\sigma(n)$ w omówionych stanach zajętości zasobu, a tym samym prowadzi do wyznaczenia błędnej wartości średniej liczby obsługiwanych zgłoszeń danej klasy. Metoda dla takich zasobów wymaga dodatkowego ograniczenia. W celu uniknięcia powyższej sytuacji, autor rozprawy zaproponował zatem uzupełnienie algorytmu MIM-NSD-BPP. W zaproponowanym rozwiązaniu, podczas każdej iteracji, dla stanów n , których osiągnięcie wymagałoby wykorzystania liczby źródeł większej niż maksymalna dostępna dla klasy, przypisywana zostaje ich maksymalna dostępna liczba N . Taka sytuacja może wystąpić tylko dla szczególnej konfiguracji systemu, obsługującego strumienie ruchu klas, dla których iloczyn dostępnej liczby źródeł oraz wartości żądań jest mniejszy od pojemności zasobu $N_{En,j}t_{En,j} < V$.

Podsumowując, metodę MIM-NSD-BPP można zapisać następująco:

Metoda MIM-NSD-BPP

1. Inicjalizacja kroku iteracji l wartością 0.
 2. Przypisanie wartości początkowych średniej liczby aktywnych źródeł $i_{X,c}(n)$ równych 0 dla wszystkich klas oraz stanów zajętości n zasobu.
 3. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństw $[P_n^{(l)}]_V$ znalezienia się zasobu w każdym ze stanów n za pomocą wzoru (2.30).
 4. Zwiększenie kroku iteracji $l++$.
 5. Wyznaczenie nowych wartości współczynników $i_{X,c}^{(l)}(n)$ – wzór (2.32).
W przypadku klas ruchu typu Engseta, jeżeli wyznaczona średnia liczba aktywnych źródeł $i_{En,j}^{(l)}$ przekracza liczbę dostępnych źródeł klasy j , to przypisywana jest jej maksymalna dostępna liczba źródeł $i_{En,j}^{(l)} = N$.
 6. Ponowne wykonywanie punktów 3-5 do czasu, aż zostanie uzyskana dokładność określona wzorem (2.37).
 7. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady dla każdej z klas ruchu – wzór (2.38).
-

Rozdział 3

Podstawy modelowania systemów z ruchem przelewowym

Automatyzacja zestawiania połączeń wprowadzana w centralach sieci telekomunikacyjnych, a w szczególności zastosowanie wybieraków krzyżowych, umożliwiło już w połowie ubiegłego wieku realizację połączeń z wykorzystaniem alternatywnych – do pierwotnie wybieranych – zasobów sieci. Mechanizm, pozwalający na realizację komunikacji w ten sposób, nazywany jest przelewem ruchu telekomunikacyjnego i jest jedną z najstarszych technik stosowanych w celu optymalizacji kierowania ruchem w sieci. Model systemu z przelewami ruchu zakłada istnienie dwóch typów zasobów. Pierwotnych, nazywanych także bezpośrednimi, obsługujących ruch wprost ze źródeł ruchu oraz wtórnych nazywanych alternatywnymi, obsługujących ruch przelewowy. Zasoby pierwotne są zasobami o wysokim wykorzystaniu, na które kierowany jest ruch oferowany z natężeniem przekraczającym założony na etapie planowania współczynnik strat. Zgłoszenia są przyjmowane do obsługi w danym zasobie pierwotnym zawsze, gdy pozwala na to zastosowana polityka przyjmowania zgłoszeń oraz stan zajętości zasobu. Przedziały czasowe, w których występuje blokada poszczególnych klas ruchu, wywołują proces przekierowania, czyli przelewu zgłoszeń na zasoby wtórne. Podobnie jak w zasobach pierwotnych, jeżeli aktualny stan pozwala na obsługę, to zgłoszenie zostanie przyjęte. Natomiast w przypadku, gdy zasób wtórny także nie może przyjąć zgłoszenia w momencie jego pojawienia się w systemie, to zostanie ono stracone [152].

Systemy, w których początkowo zastosowano przelew ruchu, były jednousługowymi sieciami hierarchicznymi [14, 15, 21, 27, 120, 150]. Przelew ruchu umożliwił realizację połączeń pomiędzy urządzeniami, dla których bezpośrednie połączenie jest niemożliwe ze względu na brak dostępnej infrastruktury lub brak wolnych zasobów. Agregacja ruchu przekazanego

poprzez wyższe szczeble hierarchii, pochodzącego z wielu zasobów bezpośrednich, zoptymalizowała obciążenie sieci przy zmieniających się w czasie natężeniach ruchu [6, 59, 113, 148, 150, 152]. Zastosowanie przelewu ruchu telekomunikacyjnego pozwala więc na wzrost obciążenia zasobów sieci oraz wzrost niezawodności (redukcję prawdopodobieństwa wystąpienia blokady), przy jednoczesnym spełnieniu wymagań dotyczących zadanej jakości obsługi (QoS (ang. Quality of Service), QoE (ang. Quality of Experience)). Własność ta spowodowała znaczną popularyzację metody, dając pozytywny wpływ na optymalizację wszystkich stosujących ją technologii sieci [33, 40, 48, 74].

Obecnie funkcjonujące sieci telekomunikacyjne wykorzystywane są do obsługi ruchu wielousługowego (ang. multi-rate) [4, 23, 109, 117]. Pierwsze modele przelewu ruchu wielousługowego pojawiły się wraz z pierwszą komercyjnie zastosowaną siecią telekomunikacyjną z ruchem zintegrowanym jaką była ISDN (ang. Integrated Services Digital Network) [19, 48, 49, 67]. Modele przelewowe stosowane są także w hierarchicznych sieciach bezprzewodowych. Wśród nich wyróżnić można modele przelewu międzykomórkowego, czyli pomiędzy sąsiadującymi komórkami, oraz wewnątrzkomórkowego, przenoszącego ruch z komórek o mniejszym zasięgu do komórek o większym zasięgu znajdujących się na tym samym obszarze. Przenoszenie ruchu pomiędzy sąsiadującymi komórkami pozwala na równoważenie obciążenia sieci wynikającego z chwilowych wzrostów ruchu na danym obszarze. Sieci z przelewaniem ruchu wewnątrz grupy komórek nazwane zostały sieciami samoorganizującymi lub samooptymalizującymi czy też samokonfigurującymi (ang. self-organizing, self-optimizing, self-configuring). Zastosowanie przelewania ruchu w tych sieciach pozwala na obniżenie obciążeń pojedynczych komórek, obniżenie poziomu blokady zasobów oraz wzrost parametrów jakości obsługi [1, 39, 40, 103]. Wraz z rozwojem nowych technologii bezprzewodowych wzrosła również dostępność różnych zasobów radiowych pokrywających ten sam obszar. Są to tzw. sieci nakładkowe (ang. overlay networks), a ich istnienie jest wykorzystywane w celu optymalizacji obciążenia zasobów dla usług o zróżnicowanych wymaganiach jakościowych [123, 137]. Najczęściej stosowaną praktyką jest wykorzystanie komórek o większym zasięgu jako zasobów wtórnych dla ruchu obsługiwanego przez komórki o mniejszym zasięgu, czyli tzw. *pionowe przenoszenie połączeń* [3, 24, 139]. Mechanizm ten występuje zarówno w sieciach komórkowych 2G (GSM), 3G (UMTS), 4G (LTE) [24, 42, 67, 91, 92, 123, 137, 142], 5G [89], jak i w innych sieciach bezprzewodowych [24].

Własność równoważenia obciążenia, wynikająca z zastosowania przelewu ruchu, wykorzystano także w sieciach pakietowych podczas wyboru dostępnych ścieżek [83, 84] oraz zasobów serwera [87]. Ponadto, równoważenie obciążenia, a także ograniczanie zużycia energii [82, 101], pozwoliło na rozważanie wykorzystania przelewu w centrach danych, chmurach obliczeniowych (ang. Mobile Cloud Computing), czy też sieci obliczeniowych typu mgła (ang. Fog Computing) [129, 140].

3.1 Przegląd badań

Analityczne modele systemów z ruchem przelewowym powstawały wraz z wdrażaniem nowych rozwiązań w sieciach telekomunikacyjnych. W wyniku czego, pierwsze rozwiązania projektowane były dla sieci jednousługowych [12, 15, 27, 62, 71, 86, 112, 121, 146, 147, 152, 153]. Problematyka modelowania systemu przelewowego wynika ze zmiany charakterystyki ruchu przelewane go na zasoby wtórne, względem ruchu oferowanego zasobom pierwotnym, do określenia którego wystarczy typ ruchu oraz wartość średnia. Jednymi z najbardziej efektywnych modeli powstałych dla systemów jednousługowych, są: metoda Equivalent Random Traffic (ERT) [14, 152] opisana w rozdziale 3.2.2 oraz metoda Fredericksa-Haywarda [27] przedstawiona w rozdziale 3.2.1. Podstawą metody ERT jest wykorzystanie dwóch momentów, tj. wartości średniej ruchu przelewowego i jego wariancji, na podstawie których system z wieloma zasobami oraz obsługą ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala może być analizowany jako ekwiwalentny system z obsługą strumieni zgłoszeń o rozkładzie Poissona. Metoda Fredericksa-Haywarda wprowadziła współczynnik degeneracji (pikowości), będący stosunkiem wariancji ruchu wpływającego do jego wartości średniej. Zastosowanie go przy określaniu pojemności zasobów wtórnych oraz wartości średniej ruchu przelewane go pozwala na przybliżenie dla wyznaczanych charakterystyk tego ruchu za pomocą modelu Erlanga.

Komercyjne wprowadzenie sieci wielousługowych zainicjowało powstanie nowych modeli z ruchem przelewowym oraz modyfikację istniejących, tak by uwzględniały także systemy zintegrowane.

Wśród rozważanych metod pojawiły się modele oparte na wielowymiarowym procesie Markowa polegające na analizie równań stanu [2, 16, 29, 71, 85, 118, 131]. Pomimo wysokiej dokładności, praktyczne możliwości wykorzystania tych metod są jednak ograniczone

do zasobów o niewielkich pojemnościach. Wynika to ze złożoności obliczeniowej dla rosnącej wykładniczo, wraz z pojemnością systemu, liczbie mikrostanów wielowymiarowego procesu Markowa, w których występować może proces obsługi zgłoszeń.

Ruch przelewowy opisywany był także za pomocą procesów MMPP (ang. Markov-Modulated Poisson Process) [19, 64, 88] oraz z wykorzystaniem poissonowskich strumieni zgłoszeń grupowych (ang. Batched Poisson Process, BPP) [22, 77, 100]. Analizie poddano również możliwość aproksymacji ruchu spływającego z zasobów pierwotnych za pomocą strumienia zgłoszeń typu Pascala [20, 70, 107, 146] oraz rozważano systemy z wzajemnym przelewem ruchu [18, 87]. Metody oparte na analizie procesu napływania zgłoszeń, m.in. przerywany proces Poissona (ang. Interrupted Poisson Process, IPP) [86], wykorzystują do modelowania ruchu spływającego większą liczbę momentów. Wykazano jednak tylko nieznaczny zysk zastosowania trzech momentów w stosunku do dwóch, przy jednocześnie zwiększającej się złożoności obliczeniowej [5, 86].

Dużą popularność zyskały metody wykorzystujące aproksymację wielowymiarowego procesu jednowymiarowym łańcuchem Markowa [8, 20, 60, 79, 132]. Należą do nich metody oparte na analizie przestrzeni stanów [5, 27, 72, 119], które do opisu ruchu przelewowego stosują dwa pierwsze momenty – wartość średnią oraz wariancję. Pierwsze efektywne metody wymiarowania i projektowania wielosługowych systemów z ruchem przelewowym, pozwalające na stosowanie w praktyce inżynierskiej, opracowano dla mieszaniny strumieni ruchu typu Erlanga oferowanych zasobom pełnodostępnym (ang. full availability resources, FAR) [48, 67]. Są to tzw. systemy niezależne od stanu. Pełnodostępność zasobów oznacza, że każde nowe zgłoszenie zostanie przyjęte do obsługi, jeżeli w systemie znajduje się wystarczająca liczba jednostek alokacji niezbędna do jego realizacji [93, 137]. Podstawą tych modeli jest tzw. wielosługowa aproksymacja Fredericksa-Haywarda, gdzie zastosowano podział parametrów ruchu oraz pojemności przez odpowiednie współczynniki pikowości zaproponowane dla systemów jednosługowych w metodzie Fredericksa-Haywarda [27]. Podejście to pozwoliło na szybkie analityczne wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady w zasobach alternatywnych. Następnie, modele te zostały rozwinięte o mieszaninę strumieni ruchu typu Erlanga, Engseta i Pascala oferowanych zasobom pełnodostępnym [50]. Rozkład zajętości pełnodostępnych zasobów pierwotnych oraz wtórnych w takich systemach, może być określony na podstawie wielowymiarowych procesów Markowa, prowadzących do opisu systemu prostym rekurencyjnym wzorem [38, 78, 115].

Rozważano także modelowanie wielousługowych systemów przelewowych dwuwymiarowym algorytmem splotowym [45] stosowanym dla zasobów pełnodostępnych obsługujących dowolny typ ruchu. Ponadto, w literaturze opisano wielousługowe przelewy wielokrotne (hierarchicznie wielopoziomowe) w sieciach komórkowych [42, 67], systemy aproksymowane idealnymi zasobami niepełnodostępными [35, 42] (ang. Erlang's Ideal Grading (EIG) [43]), systemy w których zasoby pierwotne, jak i wtórne posiadają różne czasy obsługi zgłoszeń oraz przepływności [7, 65, 69, 149].

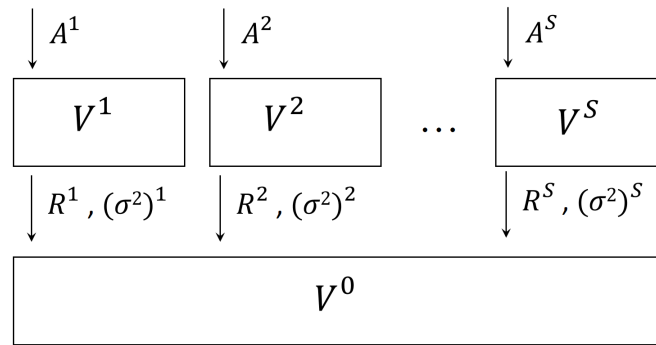
Modele oparte na uogólnieniu metody Fredericksa-Haywarda podlegają ciągłemu rozszerzaniu z uwagi na ich wysoką dokładność przy niskiej złożoności obliczeniowej. Metody te są także przedmiotem rozważań niniejszej rozprawy. Z uwagi na bezpośrednie wykorzystanie rozwiązań opracowanych dla systemów jednousługowych w modelowaniu systemów wielousługowych z przelewem ruchu, w kolejnym rozdziale przedstawione zostanie metoda Fredericksa-Haywarda oraz metoda ekwiwalentnych zamian.

3.2 Modelowanie systemów jednousługowych z przelewem ruchu

Podstawą modelowania systemów z przelewem ruchu jest określenie właściwości ruchowych zasobów pierwotnych oraz wtórnych, a także parametrów ruchu przelewowego (spływającego z zasobów pierwotnych na wtórne). Wśród wyznaczanych właściwości ruchowych wyróżnia się rozkład zajętości zasobu, prawdopodobieństwo wystąpienia blokady oraz prawdopodobieństwo wystąpienia strat zgłoszeń obsługiwanej klasy ruchu. W dalszej części pracy parametry ruchu w systemach przelewowych uzupełnione zostały o indeks górny, oznaczający numer zasobu w systemie, którego dotyczą.

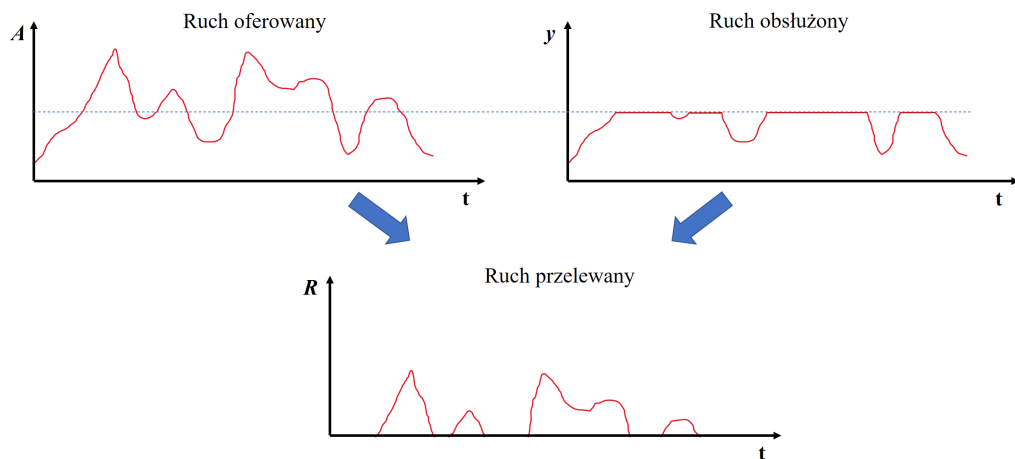
W celu przedstawienia głównych założeń metody Fredericksa-Haywarda oraz ERT, rozważmy system z przelewem ruchu (rysunek 3.1) składający się z S pełnodostępnych zasobów pierwotnych (ang. primary resources, PR) o pojemności V^s JA ($1 \leq s \leq S$) oraz pełnodostępnego zasobu wtórnego (ang. secondary resources, SR) o pojemności V^0 JA. Każdemu z zasobów pierwotnych oferowane są zgłoszenia tylko jednej (tej samej) klasy zgłoszeń, o żądaniach obsługi wielkości 1 JA.

Zgłoszenie, które nie może być obsłużone przez dany zasób pierwotny ze względu na brak wolnych JA, przelewane jest do zasobu wtórnego. Spływający w ten sposób strumień ruchu



RYSUNEK 3.1: Schemat systemu przelewowego obsługującego ruch jednokierunkowy

posiada całkowicie zmienioną charakterystykę w stosunku do klasy zgłoszeń oferowanych zasobom pierwotnym i nie jest możliwe opisanie go za pomocą tych samych parametrów (rysunek 3.2).



RYSUNEK 3.2: Typy ruchu w systemach przelewowych

Ruch przelewowy spływający z zasobu pierwotnego s scharakteryzować można za pomocą dwóch parametrów: wartości średniej R^s oraz jego wariancji $(\sigma^2)^s$. W przypadku klas ruchu typu Erlanga oferowanych zasobom pierwotnym, parametry te są sobie równe. Ruch przelewowy wykazuje dużo większą nierównomierność (rysunek 3.2), przez co jego wariancja znacząco wzrasta, nawet kilkukrotnie względem wartości średniej. Nierówność ta określana jest współczynnikiem degeneracji (ang. peakedness factor) oznaczanym w literaturze przedmiotu symbolem Z . Współczynnik ten dla ruchu spływającego z zasobu pierwotnego s można wyznaczyć za pomocą następującego wzoru:

$$Z^s = \frac{(\sigma^2)^s}{R^s}. \quad (3.1)$$

Zamiennie, do opisu nierównomierności ruchu przelewowego, stosowany jest także współczynnik rozszewności:

$$D^s = (\sigma^2)^s - R^s. \quad (3.2)$$

Wartości parametrów R^s oraz $(\sigma^2)^s$ wyznaczane są na podstawie wzorów Riordana [152]:

$$R^s = A^s E_{V^s}(A^s), \quad (3.3)$$

$$(\sigma^2)^s = R^s \left[\frac{A^s}{V^s + 1 - A^s + R^s} + 1 - R^s \right], \quad (3.4)$$

gdzie:

- A^s – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $E_{V^s}(A^s)$ – prawdopodobieństwo blokady jednousługowego zasobu pierwotnego s o pojemności V^s JA, któremu oferowany jest ruch o natężeniu A^s . Prawdopodobieństwo to wyznacza się na podstawie wzoru B-Erlanga (wzór 2.7):

$$E_{V^s}(A^s) = \frac{\frac{(A^s)^{V^s}}{V^s!}}{\sum_{l=0}^{V^s} \frac{(A^s)^l}{l!}}, \quad (3.5)$$

- V^s – pojemność zasobu pierwotnego s .

Uwzględniając fakt, że ruch przelewowy oferowany zasobom wtórnym pochodzi z S rozdzielnych zasobów pierwotnych, strumienie spływające można uznać za statystycznie niezależne, a zatem wartość średnia R , jak i wariancja σ^2 mogą być sumowane. Parametry klasy ruchu trafiającej na zasób wtórny (R , σ^2 oraz Z) wyznacza się w następujący sposób:

$$R = \sum_{s=1}^S R^s, \quad (3.6)$$

$$\sigma^2 = \sum_{s=1}^S (\sigma^2)^s, \quad (3.7)$$

$$Z = \frac{\sigma^2}{R}, \quad (3.8)$$

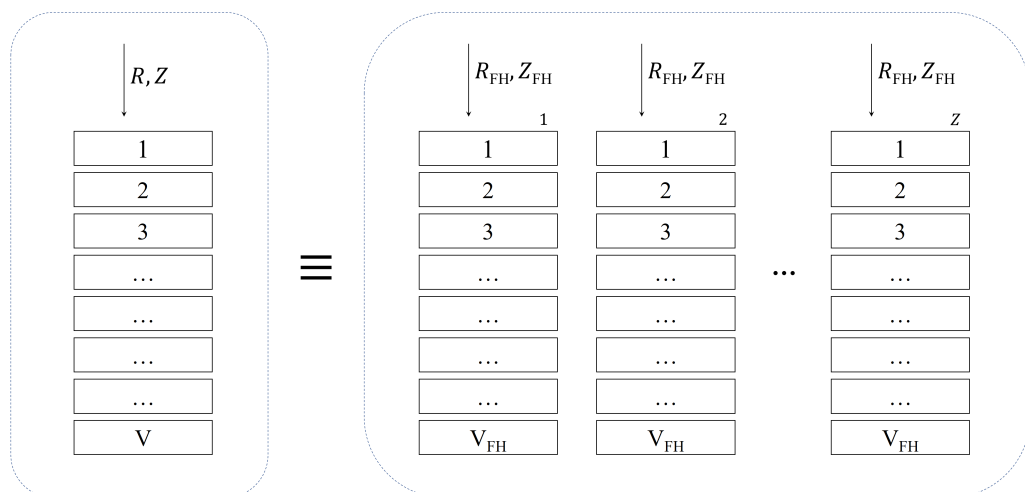
gdzie:

- S – liczba zasobów pierwotnych,

- R^s – wartość średnia średnie natężenia ruchu spływającego z zasobu pierwotnego s ,
- $(\sigma^2)^s$ – wariancja ruchu spływającego z zasobu pierwotnego s .

3.2.1 Metoda Fredericksa-Haywarda

Podstawą funkcjonowania metody jest operowanie na parametrach ruchu spływającego w taki sposób, by doprowadzić do konfiguracji pozwalającej traktować go jak ruch typu Erlanga. Rozważmy system przelewowy, w którym na zasób wtórny o pojemności V^0 JA oferowany jest ruch przelewowy o średniej wartości R i wariancji σ^2 . Dla ruchu przelewowego określony został współczynnik degeneracji Z według wzoru (3.8). Zgodnie z koncepcją metody Fredericksa-Haywarda, zasób wtórny zamieniany jest na Z identycznych podsystemów (rysunek 3.3), których parametry oznaczono indeksem dolnym FH.



RYSUNEK 3.3: Dekompozycja zasobu wtórnego w metodzie Fredericksa-Haywarda

W wyniku przeprowadzonej operacji, pojemność V_{FH} każdego z nowo powstałych zasobów wynosi:

$$V_{FH} = \frac{V^0}{Z}, \quad (3.9)$$

które obsługują ruch R_{FH} określony jako:

$$R_{FH} = \frac{R}{Z}. \quad (3.10)$$

Wariancja powyższego ruchu σ_{FH}^2 jest więc wariancją ruchu o średniej wartości $\frac{1}{Z}R$, co można zapisać jako $\sigma^2(\frac{1}{Z}R)$. Zgodnie z własnościami wariancji istnieje możliwość wyznaczenia

zależności pomiędzy wartością σ_{FH}^2 oraz wariancją ruchu o średniej wartości R σ^2 :

$$\sigma_{FH}^2 = \sigma^2 \left(\frac{1}{Z} R \right) = \left(\frac{1}{Z} \right)^2 \sigma_{FH}^2(R) = \left(\frac{1}{Z} \right)^2 \sigma^2. \quad (3.11)$$

Współczynnik degeneracji Z_{FH} dla tak zdefiniowanych podsystemów można określić na podstawie wzorów (3.8), (3.10), (3.11) jako:

$$Z_{FH} = \frac{\sigma_{FH}^2}{R_{FH}} = \frac{\sigma^2}{RZ} = 1. \quad (3.12)$$

Otrzymana wartość współczynnika degeneracji równa jedności oznacza, że ruch R_{FH} oferowany na zasób wtórny V_{FH} może być traktowany jak ruch typu Erlanga, a prawdopodobieństwo blokady wyznaczane za pomocą wzoru B-Erlanga (2.7), co można zapisać w następującej postaci:

$$E_{V_{FH}}(R_{FH}) = \frac{(R_{FH})^{V_{FH}}}{V_{FH}!} \cdot \frac{1}{\sum_{l=0}^{V_{FH}} \frac{(R_{FH})^l}{l!}}. \quad (3.13)$$

Metoda Fredericksa-Haywarda zakłada, że prawdopodobieństwo blokady każdego z powstałych podsystemów będzie jednakowe oraz tożsame z pierwotnie rozpatrywanym zasobem wtórnym. Jest to prawdziwe w przypadku podziału ruchu na Z identycznych i niezależnych strumieni. W praktyce taki podział wymagałby dodatkowych mechanizmów zarządzania ruchem. Ze względu na brak możliwości fizycznej realizacji koncepcji Fredericksa-Haywarda, poniższy wzór jest przybliżeniem:

$$E(R, V, Z) \approx E\left(\frac{R}{Z}, \frac{V}{Z}, 1\right) \approx E_{\frac{V}{Z}}\left(\frac{R}{Z}\right). \quad (3.14)$$

3.2.2 Metoda ERT

Metoda ekwiwalentnych zamian (ang. Equivalent Random Traffic, ERT) [14, 152] oparta została na wnioskach wynikających bezpośrednio z wzorów Riordana (3.3), (3.4). Na ich podstawie stwierdzić można, że parametry A oraz V są wystarczające, by w zasobie jednousługowym, obsługującym ruch typu Erlanga, jednoznacznie wyznaczyć parametry ruchu wpływającego R oraz σ^2 . Wzory te pozwalają także na odwrócenie tej zależności i wyznaczenie parametrów ruchu oraz pojemności zasobu pierwotnego (A oraz V) znając jedynie ruch przelewowy R oraz σ^2 .

Metoda ERT początkowo stosowana była w systemach jednosługowych do wyznaczenia pewnego fikcyjnego zasobu pierwotnego o ekwiwalentnej pojemności V^* , obsługującego ruch typu Erlanga o ekwiwalentnym średnim natężeniu ruchu A^* , z którego spływa ruch o parametrach równych tym wyznaczonym za pomocą wzorów (3.6) i (3.7). Pozwala to na zastąpienie wielu zasobów pierwotnych za pomocą jednego, wyznaczonego w ten sposób fikcyjnego zasobu. Jeżeli obsługiwany ruch wymaga N zasobów do obsługi z prawdopodobieństwem blokady nie większym niż B , to niezbędną pojemność zasobu wtórnego V^0 można wyznaczyć za pomocą wzoru:

$$V^0 = N - V^*, \quad (3.15)$$

co zgodnie z wzorem (2.8) można zapisać także w postaci zależności:

$$B = E_{(V^*+V^0)}(A^*), \quad (3.16)$$

gdzie:

- $E_{(V^*+V^0)}(A^*)$ – prawdopodobieństwo blokady zasobu pierwotnego oraz wtórnego o łącznej pojemności $(V^* + V^0)$, obsługujących ruch oferowany typu Erlanga o średniej wartości natężenia A^* ,
- B – założone dopuszczalne prawdopodobieństwo strat w analizowanym systemie przelewowym.

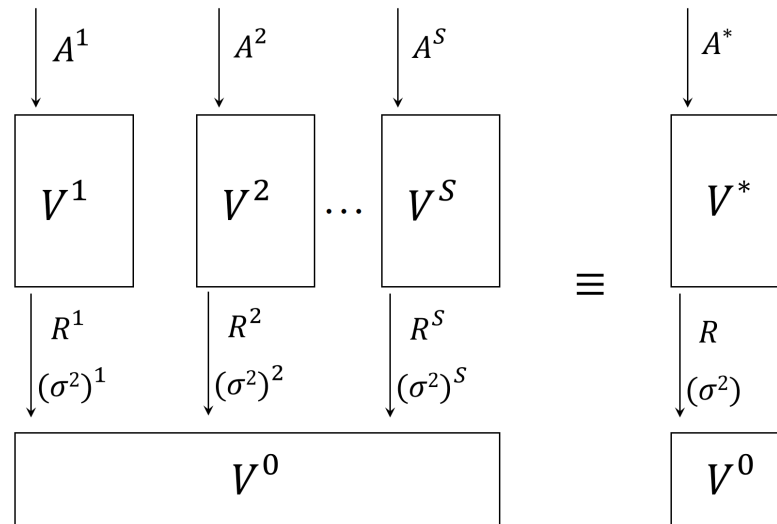
W przypadku ustalonej wartości pojemności zasobów alternatywnych, wzór (3.16) określa wartość prawdopodobieństwa strat, a tym samym prawdopodobieństwa blokady takiego systemu.

Blokady występujące jedynie w zasobie alternatywnym E_{V^0} można określić jako nieobsłużoną część ruchu oferowanego temu zasobowi, czyli mogą być wyrażone jako stosunek ruchu spływającego z całego systemu (ruchu traconego) do ruchu przelewającego na zasób wtórny.

$$E_{V^0} = \frac{A^* E_{(V^*+V^0)}(A^*)}{R}. \quad (3.17)$$

Graficzna reprezentacja omawianej zamiany została przedstawiona na rysunku 3.4.

Określenie parametrów V^* oraz A^* na podstawie wzorów Riordana (3.3, 3.4) jest problemem złożonym i w tym celu należałoby zastosować iteracyjne programy obliczeniowe [114]



RYSUNEK 3.4: Schemat zamiany S zasobów pierwotnych na jeden zasób o pojemności V^* obsługujący jednokierunkowy ruch typu Erlanga o natężeniu A^*

lub nomogramy [125]. Istnieje także przybliżona metoda opisana poniższymi wzorami (3.18), (3.19) zaproponowana przez G. Rappa [112], która w prosty sposób pozwala uzyskać rozwiązanie układu równań Riordana:

$$A^* = \sigma^2 + 3 \frac{\sigma^2}{R} \left(\frac{\sigma^2}{R} - 1 \right), \quad (3.18)$$

$$V^* = A^* \frac{(R^2 + \sigma^2)}{R^2 + \sigma^2 - R} - R - 1. \quad (3.19)$$

Wyznaczone w ten sposób wartości są wystarczająco dokładne, ale jednak nadal są wartościami przybliżonymi. Błąd metody zmniejsza się wraz ze wzrostem liczby JA zasobu pierwotnego, natomiast rośnie wraz ze wzrostem wariancji ruchu spływającego [126]. Najmniejszą dokładność wykazują przy prawdopodobieństwach strat analizowanego systemu przelewowego $B < 1\%$, co w przypadku sieci rzeczywistych jest sytuacją rzadką.

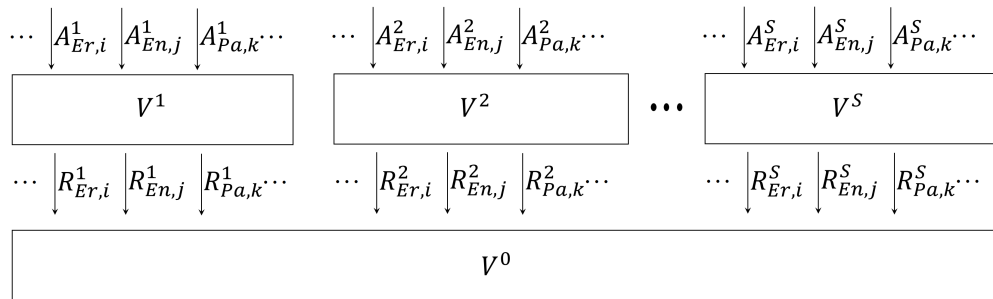
3.3 Modelowanie systemów wielousługowych z przelewem ruchu

3.3.1 Podstawowe założenia

Rozważmy strukturę wielousługowego systemu przelewowego składającego się z S pełnodostępnych zasobów pierwotnych (PR) o pojemnościach V^s JA, gdzie $(0 < s \leq S)$ oraz pełnodostępny zasób wtórny (SR) o pojemności V^0 JA (rysunek 3.5). Zasobom pierwotnym

oferowany jest ruch pochodzący od mieszaniny m klas ruchu typu BPP (wzór (2.22)) należących do zbioru $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$.

Każda klasa zgłoszeń c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) żąda do obsługi $t_{X,c}$ jednostek alokacji. Podobnie jak w przypadku systemu jednousługowego, każde nowe zgłoszenie, trafiające na wejście zasobu pierwotnego s , jest przyjmowane do obsługi, jeżeli zasób ten dysponuje wolnymi JA w liczbie nie mniejszej niż żądane przez to zgłoszenie $t_{X,c}$ JA. W przeciwnym razie, takie zgłoszenie jest przelewane na zasób wtórny, gdzie podejmowana jest próba jego obsługi. Jeżeli stan zajętości zasobu wtórnego, w momencie pojawienia się takiego zgłoszenia, także nie pozwala na jego obsługę ze względu na niewystarczającą liczbę wolnych JA, to jest ono tracone.



RYSUNEK 3.5: Schemat przelewu ruchu wielousługowego

Na rysunku 3.5 oraz w dalszej części rozprawy przyjęto następujące oznaczenia:

- $A^s_{X,c}$ – średnie natężenie ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $R^s_{X,c}$ – średnie natężenie ruchu klasy c ($c \in M$), spływającego z zasobu pierwotnego s , gdzie był oferowany jako typ X ($X \in \{Er, En, Pa\}$),
- $(\sigma^2)^s_{X,c}$ – wariancja średniego natężenia ruchu klasy c ($c \in M$), spływającego z zasobu pierwotnego s , gdzie był oferowany jako typ X ($X \in \{Er, En, Pa\}$),
- $t_{X,c}$ – żądania zgłoszeń klasy c wyrażone w jednostkach alokacji,
- V^s – pojemność zasobu s .

Opracowane dotychczas metody modelowania systemów wielousługowych, podobnie jak w przypadku systemów jednousługowych, wykorzystują koncepcję metody Fredericksa-Haywarda i sprowadzają się do rozwiązania następujących 3 problemów:

- modelowania zasobów pierwotnych poprzez wyznaczenie rozkładu zajętości oraz prawdopodobieństwa blokady obsługiwanych klas ruchu,
- modelowania ruchu przelewowego poprzez wyznaczenie wartości średniej oraz wariancji ruchu spływającego z zasobów pierwotnych, dla poszczególnych klas ruchu,
- modelowania zasobów wtórnych poprzez wyznaczenie rozkładu zajętości oraz prawdopodobieństwa blokady obsługiwanych klas ruchu.

Jednym z najbardziej złożonych zadań modelowania systemów wielousługowych z przelewem ruchu jest wyznaczenie wariancji ruchu spływającego poszczególnych klas ruchu. Bezpośrednie wykorzystanie wzorów Riordana (opracowanych dla jednousługowych systemów przelewowych z obsługą ruchu typu Erlanga) nie jest możliwe z uwagi na wielousługowość badanych systemów. Rozwiązaniem jest sprowadzenie omawianych systemów wielousługowych do systemów jednousługowych, którym oferowany jest (ekwiwalentny) ruch typu Erlanga. Poprawność takiego podejścia została wielokrotnie potwierdzona w literaturze przedmiotu [13, 34, 36, 47, 66]. Metoda ta stosowana jest dla każdego z zasobów pierwotnych i początkowo wymaga określenia prawdopodobieństwa blokady każdej z obsługiwanych klas ruchu. Następnie, zasób pierwotny dzielony jest na pewne fikcyjne zasoby, obsługujące tylko jedną z klas. Ostatecznie każdy z nich zamieniany jest na ekwiwalentne zasoby z obsługą klas typu Erlanga. Podczas zamian, prawdopodobieństwo blokady poszczególnych klas ruchu oraz wartość średnia ruchu spływającego, pozostają bez zmian. W dalszej części rozdziału przedstawione zostaną poszczególne etapy metod [48, 67], opartych na wykorzystaniu podejścia Fredericksa-Haywarda, zastosowanych do modelowania systemów wielousługowych z przelewem ruchu wielousługowego BPP.

3.3.2 Modelowanie zasobów pierwotnych

Zasoby pierwotne obsługują zintegrowany ruch Erlanga-Engseta-Pascala zgodnie z modelem opisanym w rozdziale 2.3. Rozkład zajętości zasobów oraz prawdopodobieństwo blokady wyznaczone są za pomocą iteracyjnej metody o wysokiej dokładności MIM-NSD-BPP

(rozdział 2.3) w oparciu o rozwinięcie wzoru Kaufmana-Robertsza [78, 115]. Dla zasobu s o pojemności V^s wzór (2.29) można zapisać jako:

$$n[P_n]_{V^s} = \sum_{i=1}^{m_{Er}} A_{Er,i}^s t_{Er,i}^s [P_{n-t_{Er,i}^s}]_{V^s} + \sum_{j=1}^{m_{En}} N_{En,j}^s \alpha_{En,j}^s \sigma_{En,j}^s (n - t_{En,j}^s) t_{En,j} [P_{n-t_{En,j}^s}]_{V^s} + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k}^s \sigma_{Pa,k}^s (n - t_{Pa,k}^s) t_{Pa,k} [P_{n-t_{Pa,k}^s}]_{V^s}, \quad (3.20)$$

gdzie:

- $[P_n]_{V^s}$ – prawdopodobieństwo znalezienia się systemu w stanie n zajętości,
- $t_{Er,i}^s, t_{En,j}^s, t_{Pa,k}^s$ – żądania klasy i typu Erlanga, klasy j typu Engseta, klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,
- $N_{En,j}^s$ – liczba źródeł klasy j typu Engseta oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $S_{Pa,k}^s$ – liczba źródeł klasy k typu Pascala oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $\alpha_{En,j}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta,
- $\beta_{Pa,k}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala,
- $\sigma_{En,j}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy j typu Engseta oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,
- $\sigma_{Pa,k}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,

Prawdopodobieństwo blokady klasy c oferowanej zasobowi s można zapisać korzystając z wzoru (2.38), jako:

$$E_{X,c}^s = \sum_{n=V^s-t_{X,c}+1}^{V^s} [P_n]_{V^s}, \quad (3.21)$$

gdzie:

- n – stan zajętości systemu,
- $t_{X,c}$ – żądania zgłoszeń klasy c ($c \in M$) wyrażone w jednostkach alokacji, dla ruchu oferowanego typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$).

Zgłoszenia, które nie mogły zostać obsłużone w zasobach pierwotnych oferowane są zasobowi wtórnemu. Spływający w ten sposób strumień ruchu posiada zmienioną charakterystykę w stosunku do klasy zgłoszeń oferowanych zasobom pierwotnym. Może być jednak opisany dwoma pierwszymi momentami, którymi są wartość średnia R ruchu spływającego oraz jego wariancja σ^2 . Do ich wyznaczenia wykorzystane zostały wzory Riordana ((3.3) oraz (3.4)) [152].

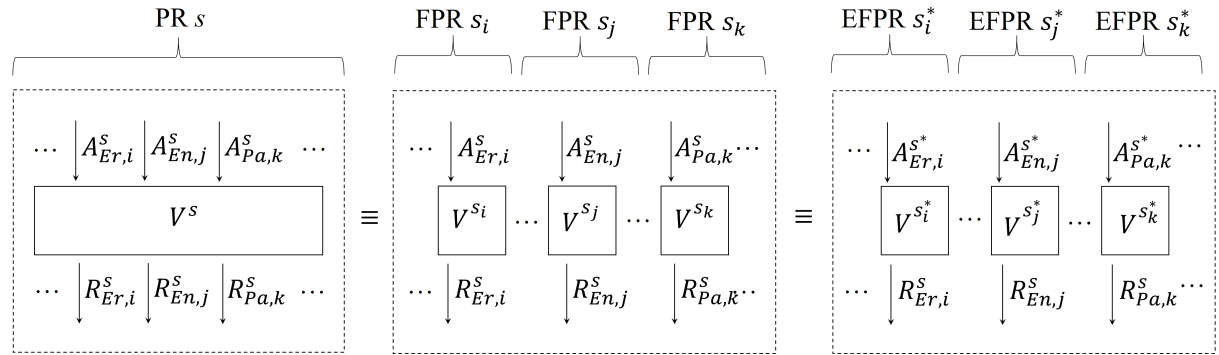
3.3.3 Ogólna metoda wyznaczania wariancji ruchu przelewane

Znajomość wartości średniej ruchu oferowanego $A_{X,c}^s$ oraz prawdopodobieństw blokady $E_{X,c}^s$ każdej z klas, uzyskanych za pomocą metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3), pozwala wyznaczyć wartość średnią ruchu przelewane $R_{X,c}^s$ (na podstawie wzoru (3.3)):

$$R_{X,c}^s = A_{X,c}^s E_{X,c}^s. \quad (3.22)$$

W przypadku systemów jednousługowych, do wyznaczenia wariancji ruchu przelewane w metodzie Fredericksa-Haywarda, wykorzystano wzór Riordana (3.4). Wzór ten został opracowany przy założeniu, że po pierwsze systemowi oferowany jest ruch przez jedną klasę ruchu typu Erlanga oraz, po drugie, znana jest pojemność V takiego jednousługowego systemu. Pojemność zasobu pierwotnego, wielousługowych systemów obsługujących mieszanię strumieni ruchu typu Erlanga, Engseta oraz Pascala, współdzielona jest natomiast pomiędzy wszystkie oferowane temu zasobowi strumienie.

Rozważanie systemów wielousługowych z zastosowaniem rozwiązań opracowanych dla systemów jednousługowych wymaga wprowadzenia przekształcenia nazywanego dekompozycją zasobów pierwotnych [38]. Jest to operacja dwuetapowa, gdzie w etapie pierwszym wyznaczane są pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych, którym oferowane są pojedyncze strumienie ruchu, a w etapie drugim określone jest natężenie ruchu Erlanga będące ekwiwalentem oferowanego ruchu typu Engseta lub Pascala (w przypadku ruchu Erlanga etap ten jest pomijany). Idea przekształcenia wielousługowego zasobu pierwotnego na zasoby jednousługowe została przedstawiona na rysunku 3.6. Na rysunku tym uwzględniono zmiany wartości parametrów ruchu, wynikające z kolejnych kroków dekompozycji, poprzez zmianę oznaczenia zasobu w indeksie górnym. Przyjęte oznaczenia parametrów ruchu:

RYSUNEK 3.6: Dekompozycja zasobu pierwotnego s

- $t_{Er,i}^s, t_{En,j}^s, t_{Pa,k}^s$ – żądania klasy i typu Erlanga, klasy j typu Engseta, klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,
- $N_{En,j}^s$ – liczba źródeł klasy j typu Engseta oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $S_{Pa,k}^s$ – liczba źródeł klasy k typu Pascala oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $\alpha_{En,j}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta,
- $\beta_{Pa,k}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala,
- $\sigma_{En,j}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy j typu Engseta oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,
- $\sigma_{Pa,k}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s .

Zgodnie z przedstawioną ideą dekompozycji, każdy wielosługowy zasób pierwotny s zamieniany jest na m fikcyjnych zasobów pierwotnych (ang. Fictitious Primary Resources, FPR) s_c , gdzie c ($c \in M$), których liczba jest równa liczbie klas oferowanych na wejściu zasobu pierwotnego. Pojemność nowo powstałego fikcyjnego zasobu V^{s_c} może być dobierana na podstawie różnych kryteriów, np. kryterium dopasowania blokady ruchu Erlanga, kryterium dopasowania ruchu obsłużonego, kryterium dopasowania blokady ruchu BPP. Kryteria te pozwoliły na zdefiniowanie trzech metod wyznaczania pojemności fikcyjnych zasobów, przedstawionych w rozdziale 3.3.4.

Parametry ruchu oferowanego na tym etapie pozostają bez zmian, przez co indeks górny natężenia $A_{X,c}^s$ i wielkości żądań $t_{X,c}^s$ klasy c także będzie zapisywany w niezmienionej formie. Pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych, niezależnie od zastosowanej metody, wyznaczane są w taki sposób, by wartość spływającego z nich ruchu $R_{X,c}^{s_c}$, dla każdej klasy ruchu c , odpowiadała temu z zasobu wielousługowego. Z tego powodu ruch ten będzie oznaczany w pracy jako $R_{X,c}^s$:

$$R_{X,c}^{s_c} = R_{X,c}^s. \quad (3.23)$$

Fikcyjne zasoby pierwotne obsługują ruch oferowany przez jedną klasę Erlanga, Engseta lub Pascala. W drugim etapie dekompozycji, niezbędnym do zastosowania wzoru Riordana zgodnie z [46], jest zamiana każdego FPR s_c obsługującego klasę ruchu Engseta lub Pascala na ekwiwalentny fikcyjny zasób pierwotny s_c^* (ang. Equivalent Fictitious Primary Resources, EFPR). Zasoby obsługujące klasy ruchu Erlanga nie są na tym etapie zamieniane, jednak dla odróżnienia etapu oraz porządku zapisu, zasób oraz parametry obsługiwanej klasy także będą oznaczane indeksem górnym w postaci *. W indeksie dolnym zachowano oznaczenie pierwotnego typu ruchu.

Efektom przeprowadzonej zamiany jest otrzymanie jednousługowych zasobów obsługujących wyłącznie klasy ruchu typu Erlanga. Zasób s_c^* posiada ekwiwalentną pojemność $V^{s_c^*}$ i obsługuje ekwiwalentny ruch typu Erlanga o natężeniu $A_{X,c}^{s_c^*}$. Parametry te dobierane są w taki sposób, żeby ruch spływający z EFPR s_c^* , określonego poprzez wartość średnią $R_{X,c}^s$ oraz wariancję $\sigma_{X,c}^s$, posiadał takie same parametry jak ruch spływający z FPR s_c . Tak przeprowadzona dekompozycja zasobu pierwotnego s pozwala na określenie parametrów ruchu spływającego za pomocą wzorów Riordana (3.3, 3.4), dla każdego ekwiwalentnego fikcyjnego zasobu pierwotnego s_c^* , zapisanych w postaci:

$$R_{X,c}^s = A_{X,c}^{s_c^*} E_{V^{s_c^*}}(A_{X,c}^{s_c^*}), \quad (3.24)$$

$$(\sigma^2)_{X,c}^s = R_{X,c}^s \left[\frac{A_{X,c}^{s_c^*}}{V^{s_c^*} + 1 - A_{X,c}^{s_c^*} + R_{X,c}^s} + 1 - R_{X,c}^s \right], \quad (3.25)$$

gdzie:

- $R_{X,c}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy c , spływającego z zasobu pierwotnego s , gdzie był oferowany jako typ X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$),

- $(\sigma^2)_{X,c}^s$ – wariancja ruchu klasy c , spływającego z zasobu pierwotnego s , gdzie był oferowany jako typ X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$),
- $A_{X,c}^{s*}$ – średnie natężenie ekwiwalentnego ruchu klasy c typu Erlanga oferowanego zasobowi pierwotnemu s jako typ X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$),
- $E_{V_c^s}(A_{X,c}^{s*})$ – prawdopodobieństwo blokady zasobu o pojemności V_c^s obsługującego ruch oferowany typu Erlanga o średniej wartości natężenia $A_{X,c}^{s*}$.

3.3.4 Określanie parametrów fikcyjnych zasobów pierwotnych

Dekompozycja wielosługowego zasobu pierwotnego s obsługującego m klas zgłoszeń zakłada jego zamianę na m jednousługowych zasobów fikcyjnych o pojemnościach V^{s_c} każdy ($c \in M$). Oznacza to, że dla każdej klasy zgłoszeń, która oferowana jest zasobowi pierwotnemu s , należy określić parametry zasobu fikcyjnego. Przekształcenie to ma duże znaczenie, ponieważ precyzja określenia pojemności nowo powstałych fikcyjnych zasobów pierwotnych bezpośrednio wpływa na określane w dalszym etapie parametry ruchu przelewane oraz wyznaczaną blokadę systemu. Wśród metod wyznaczania pojemności fikcyjnych zasobów jednousługowych wyróżnić można metody działające na zasadzie dopasowania blokady oraz dopasowania ruchu obsługowanego. W rozdziałach 3.3.4.1 – 3.3.4.3 przedstawiono trzy metody wyznaczania pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych.

3.3.4.1 Dopasowanie blokady Erlanga

Metoda dopasowania blokady opracowana została dla ruchu typu Erlaga [67]. Podstawą jej funkcjonowania jest założenie, że dla każdego FPR, obsługującego ruch klasy i typu Erlanga o natężeniu $A_{\text{Er},i}^s$ oraz żądaniach $t_{\text{Er},i}^s$ JA, możliwe jest wyznaczenie jego pojemności V^{s_i} na podstawie równoważnego jednousługowego systemu obsługującego ruch typu Erlanga o takim samym natężeniu $A_{\text{Er},i}^s$ oraz prawdopodobieństwie jego blokady $E_{\text{Er},i}^s$. Realizowane jest to na podstawie wzoru wzoru B-Erlanga (2.7), który dla klasy Erlanga i obsługiwanej w zasobie pierwotnym s można zapisać w postaci:

$$E_{\text{Er},i}^s = \frac{(A_{\text{Er},i}^s)^{V^{s_i}}}{V^{s_i}!} \bigg/ \sum_{l=0}^{V^{s_i}} \frac{(A_{\text{Er},i}^s)^l}{l!}, \quad (3.26)$$

gdzie:

- $A_{Er,i}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy i typu Erlanga oferowanego na zasób pierwotny s ,
- V^{s_i} – pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego s_i , któremu oferowany jest ruch klasy i .

Wyznaczona w ten sposób pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego s_i , ze względu na przeznaczenie wzoru (3.26) dla systemów jednousługowych, służy do obsługi zgłoszeń o żądaniach równych 1 JA. Natężenie ruchu $A_{Er,i}^s$ oferowanego FPR s_i oraz prawdopodobieństwo blokady $E_{Er,i}^s$ jest takie samo jak w przypadku wielousługowego PR s , co jest wystarczające, by na podstawie wzoru Riordana (3.3) stwierdzić, że ruch spływający nie ulega zmianie.

Równanie (3.26) dopuszcza jedynie wartości pojemności wyrażane za pomocą liczb całkowitych. Ogranicza to możliwość dokładnego wyznaczenia pojemności fikcyjnego zasobu V^{s_i} dla zadanego prawdopodobieństwa blokady $E_{Er,i}^s$ oraz średniego natężenia ruchu $A_{Er,i}^s$. Wpływa to z kolei na dokładność obliczeń wariancji ruchu spływającego (3.4). Dlatego też w celu wyznaczenia dokładnej pojemności, autor rozprawy użył interpolacji liniowej dla otrzymanych najbliższych sąsiednich całkowitych wartości. Otrzymana w ten sposób pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego może nie być całkowita, co we wzorze (3.4) nie jest wymagane, a znacznie podnosi dokładność modelu.

Podsumowując, metodę wyznaczania pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych poprzez dopasowanie blokady Erlanga można zapisać w następujący sposób:

Metoda FPR–Dopasowanie–E–Erl ($A_{Er,i}^s, E_{Er,i}^s$)

1. Dla każdej klasy i typu Erlanga wyznaczana jest pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego na podstawie równania (3.26).
 2. W przypadku klas, dla których nie ma możliwości wyznaczenia pojemności wyrażanej całkowitą liczbą JA, pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego wyznaczana jest na podstawie interpolacji liniowej.
-

Metodę można rozszerzyć o klasy ruchu typu Engseta oraz Pascala poprzez wstępną zamianę tych typów na ekwiwalenty Erlangowskie. Sposób takiej zamiany został opisany w rozdziale 3.3.5 w metodzie EFPR–mod–ERT.

3.3.4.2 Dopasowanie ruchu obsłużonego

Wyznaczanie pojemności fikcyjnego zasobu pierwotnego s_c , zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego, polega na określeniu średniej liczby JA zajętych przez zgłoszenia klasy c w rzeczywistym zasobie pierwotnym. W metodzie tej przyjęto, że są to wszystkie te JA, które nie zostały zajęte przez zgłoszenia pozostałych klas [48], co można zapisać w postaci wzoru:

$$V^{s_c} = V^s - \sum_{l=1; l \neq c}^m Y_{X,l}^s t_{X,l}, \quad (3.27)$$

gdzie:

- V^{s_c} – pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego s_c ,
- V^s – pojemność zasobu pierwotnego s wyrażona w JA,
- m – liczba klas ruchu oferowanych zasobowi pierwotnemu,
- $Y_{X,l}^s$ – wartość średnia ruchu klasy l ($l \in m$) typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) obsłużonego w zasobie pierwotnym s ,
- $t_{X,l}$ – żądania zgłoszeń klasy l ($l \in m$) wyrażone w jednostkach alokacji, dla ruchu oferowanego typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$).

Średnia wartość ruchu obsłużonego $Y_{X,c}^s$ dla klas typu Erlanga została zdefiniowana jako:

$$Y_{X,c}^s = A_{\text{Er},c}^s (1 - E_{\text{Er},c}^s) \quad (3.28)$$

oraz dla klas typu Engseta i Pascala jako:

$$Y_{X,c}^s = \sum_{n=0}^{V^s} i_c(n) [P_n]_{V^s}, \quad (3.29)$$

gdzie:

- $A_{\text{Er},c}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy c typu Erlanga oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $E_{\text{Er},c}^s$ – prawdopodobieństwo wystąpienia blokady dla zgłoszenia klasy c typu Erlanga oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,

- $i_c(n)$ – średnia liczba aktywnych źródeł klasy c w stanie zajętości n zasobu, równa średniej liczbie obsługiwanych zgłoszeń $y_c(n)$, wyznaczana za pomocą metody MIM-NSD-BPP opisanej w rozdziale 2.3,
- $[P_n]_{V_s}$ – prawdopodobieństwo znalezienia się w stanie zajętości n zasobu pierwotnego s , o pojemności V_s .

Podsumowując, metodę dopasowania ruchu obsługowanego można zapisać w postaci:

Metoda FPR–Dopasowanie–Y ($A_{X,c}^s, E_{X,c}^s, i_c(n), [P_n]_{V_s}$)

1. Wyznaczenie średniej wartości ruchu załatwianego $Y_{X,c}^s$ klas typu Erlanga, Engseta oraz Pascala (równania (3.28) lub (3.29)).
 2. Wyznaczenie fikcyjnej pojemności zasobu pierwotnego V^{s_c} do obsługi zgłoszeń klasy c zasobu s na podstawie wzoru (3.27).
-

3.3.4.3 Dopasowanie blokady BPP

Prowadząc badania nad wielosługowymi systemami z przelewem ruchu BPP, autor rozprawy zaproponował nową metodę dopasowania blokady klas ruchu typu Erlanga, Engseta oraz Pascala, opartą na założeniach omówionych dla klas typu Erlanga w rozdziale 3.3.4.1. Zaproponowana metoda zakłada określanie pojemności fikcyjnego zasobu pierwotnego obsługującego dowolną klasę ruchu, poprzez wykorzystanie odpowiedniego dla tego typu ruchu wzoru na prawdopodobieństwo blokady w systemie jednousługowym. Oznacza to, że wyznaczonym fikcyjnym zasobom pierwotnym oferowane są strumienie zgłoszeń tego samego typu co wielosługowemu zasobowi pierwotnemu, o takim samym średnim natężeniu ruchu, ale z żądaniami równymi 1 JA.

W przypadku klas typu Erlanga zastosowanie ma wzór (3.26) omówiony w metodzie FPR–Dopasowanie–E–Erl (rozdział 3.3.4.1). Natomiast dla klas typu Engseta pojemność określana jest za pomocą wzoru (2.12), który po wprowadzeniu oznaczenia klasy j typu Engseta

obsługiwanej w zasobie s można zapisać jako:

$$E_{En,j}^s = \frac{\binom{N_{En,j}^s}{V^{s_j}} (\alpha_{En,j}^s)^{V^{s_j}}}{\sum_{l=0}^{V^{s_j}} \binom{N_{En,j}^s}{l} (\alpha_{En,j}^s)^l}, \quad (3.30)$$

natomiast dla klas typu Pascala wykorzystywany jest wzór Pascala (2.18), który po uwzględnieniu oznaczeń wykorzystywanych w rozprawie można zapisać w postaci:

$$E_{Pa,k}^s = \frac{\binom{-S_{Pa,k}^s}{V^{s_k}} (-\beta_{Pa,k}^s)^{V^{s_k}}}{\sum_{l=0}^{V^{s_k}} \binom{-S_{Pa,k}^s}{l} (-\beta_{Pa,k}^s)^l}, \quad (3.31)$$

gdzie:

- $E_{En,j}^s$ – prawdopodobieństwo wystąpienia blokady dla zgłoszenia klasy j typu Engseta oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $E_{Pa,k}^s$ – prawdopodobieństwo wystąpienia blokady dla zgłoszenia klasy k typu Pascala oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $N_{En,j}^s$ – liczba źródeł klasy j typu Engseta oferujących ruch zasobowi pierwotnemu s ,
- $S_{Pa,k}^s$ – liczba źródeł klasy k typu Pascala oferujących ruch zasobowi pierwotnemu s ,
- $\alpha_{En,j}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi s przez jedno wolne źródło j typu Engseta,
- $\beta_{Pa,k}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi s przez jedno wolne źródło k typu Pascala,
- V^{s_j} – pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego s_j ,
- V^{s_k} – pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego s_k .

Zaproponowane rozwiązanie, w porównaniu z metodami dopasowania blokady Erlanga (rozdział 3.3.4.1) oraz dopasowania ruchu obsługowanego (rozdział 3.3.4.2), zwiększyło dokładność wyznaczanych pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych s_c , a tym samym dwóch pierwszych momentów ruchu spływającego. Równania zaprojektowane dla systemów jedno-usługowych (3.26), (3.30), (3.31) pozwalają na określenie pojemności zasobu jedynie poprzez

całkowitą liczbę JA. Dlatego, w celu zwiększenia dokładności obliczeń pojemności fikcyjnych zasobów V^{sc} dla obsługiwanego ruchu $A_{X,c}^s$ i jego prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$, a tym samym wariancji ruchu spływającego $(\sigma^2)_{X,c}^s$ wykorzystano interpolację liniową.

Podsumowując, metodę wyznaczania pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych poprzez dopasowanie blokady BPP można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda FPR–Dopasowanie-E-BPP ($E_{X,c}^s, A_{Er,i}^s, N_{En,j}^s, \alpha_{En,j}^s, S_{Pa,k}^s, \beta_{Pa,k}^s$)

1. Dla każdej klasy wyznaczana jest pojemność fikcyjnych zasobów pierwotnych. W zależności od typu ruchu:
 - dla ruchu Erlanga na podstawie równania (3.26),
 - dla ruchu Engseta na podstawie równania (3.30),
 - dla ruchu Pascala na podstawie równania (3.31).
 2. W przypadku klas, dla których nie ma możliwości wyznaczenia pojemności wyrażanej w całkowitej liczbie JA, pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego wyznaczana jest na podstawie interpolacji liniowej.
-

3.3.5 Określanie parametrów ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych

Drugim etapem metody dekompozycji zasobów pierwotnych, omówionej w rozdziale 3.3.3, jest zamiana fikcyjnych zasobów pierwotnych (FPR) na ekwiwalentne fikcyjne zasoby pierwotne (EFPR), obsługujące ruch typu Erlanga będący ekwiwalentem ruchu Engseta lub Pascala. Zamiana ta realizowana za pomocą zmodyfikowanej metody ERT (ang. Equivalent Random Traffic, ERT) [14, 152], omówionej w rozdziale 3.2.2. Pojemność FPR określana jest zgodnie z jedną z metod przedstawionych w rozdziałach 3.3.4.1, 3.3.4.2 oraz 3.3.4.3.

Wyznaczanie parametrów ekwiwalentnego ruchu oferowanego oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych zostało oparte na zależnościach wykorzystywanych w metodzie ERT i opisanych dla ruchu Engseta w [15, 120]. Uogólnienie metody pozwala na rozpatrywanie ruchu oferowanego typu Engseta oraz Pascala jako ruchu spływającego na zasoby wtórne. Jako wartość średnią ruchu oferowanego na zasób pierwotny przyjmuje się ruch oferowany

przez wszystkie źródła w stanie spoczynku. Nawiązując do zamiany w standardowej metodzie ERT należałoby tutaj przyjąć pojemność zasobu pierwotnego równą 0, co prowadzi do następujących zależności:

- dla ruchu typu Erlanga:

$$R_{En,i,p}^s = A_{En,i}^s, \quad (3.32)$$

$$(\sigma^2)_{En,i,p}^s = A_{En,i}^s, \quad (3.33)$$

- dla ruchu typu Engseta:

$$R_{En,j,p}^s = N_{En,j} \frac{\alpha_{En,j}}{1 + \alpha_{En,j}}, \quad (3.34)$$

$$(\sigma^2)_{En,j,p}^s = N_{En,j} \frac{\alpha_{En,j}}{(1 + \alpha_{En,j})^2}, \quad (3.35)$$

- dla ruchu typu Pascala:

$$R_{Pa,k,p}^s = S_{Pa,k} \frac{\alpha_{Pa,k}}{1 - \alpha_{Pa,k}}, \quad (3.36)$$

$$(\sigma^2)_{Pa,k,p}^s = S_{Pa,k} \frac{\alpha_{Pa,k}}{(1 - \alpha_{Pa,k})^2}, \quad (3.37)$$

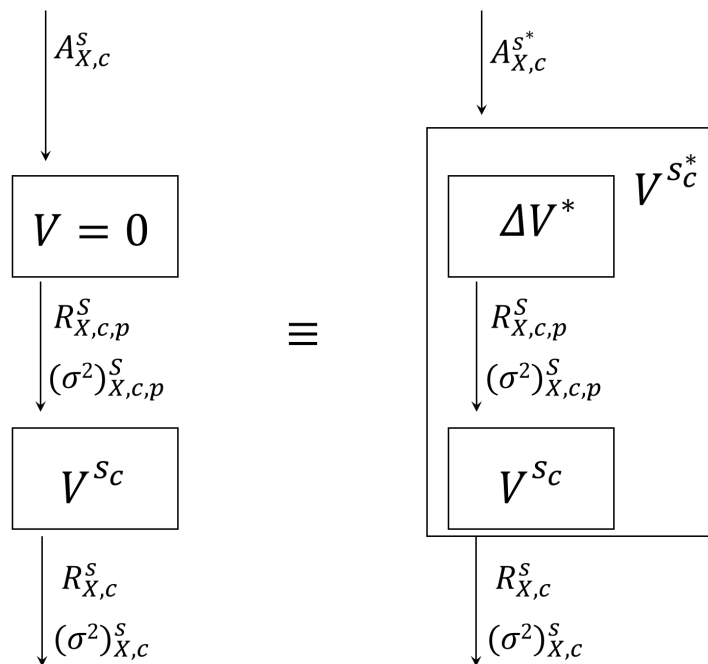
gdzie:

- $R_{Er,i,p}^s, A_{En,i}^s$ – wartość średnia ruchu oferowanego na zasób pierwotny s przez klasę i typu Erlanga,
- $R_{En,j,p}^s$ – wartość średnia ruchu oferowanego na zasób pierwotny s przez klasę j typu Engseta,
- $R_{Pa,k,p}^s$ – wartość średnia ruchu oferowanego na zasób pierwotny s przez klasę k typu Pascala,
- $(\sigma^2)_{Er,i,p}^s$ – wariancja ruchu oferowanego na zasób pierwotny s przez klasę i typu Erlanga,
- $(\sigma^2)_{En,j,p}^s$ – wariancja ruchu oferowanego na zasób pierwotny s przez klasę j typu Engseta,
- $(\sigma^2)_{Pa,k,p}^s$ – wariancja ruchu oferowanego na zasób pierwotny s przez klasę k typu Pascala,
- $N_{En,j}$ – ilość źródeł klasy j typu Engseta,
- $S_{Pa,k}$ – ilość źródeł klasy k typu Pascala,

- $\alpha_{En,j}$ – ruch oferowany przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta,
- $\alpha_{Pa,k}$ – ruch oferowany przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala.

EFPR traktowany jest więc analogicznie do systemu przelewowego, obsługującego ruch oferowany o natężeniu $A_{X,c}^{s*}$, złożonego z zasobu pierwotnego o pojemności ΔV^* oraz FPR s o pojemności V^{sc} w roli zasobu wtórnego. W związku z tym zamiana FPR na EFPR sprowadza się do wyznaczenia zasobów wirtualnych ΔV^* oraz oferowanego na nie ruchu Erlangowskiego $A_{X,c}^{s*}$, którego parametry ruchu spływającego odpowiadałyby tym wyznaczonym za pomocą wzorów (3.32) – (3.37). Parametry te wyznaczone są z wykorzystaniem wzorów G. Rappa (3.18), (3.19).

Schemat zamiany ruchu typu Engseta i Pascala na ekwiwalentny ruch typu Erlanga przedstawiono na rysunku 3.7.



RYSUNEK 3.7: Schemat zamiany nie-Erlangowskich klas ruchu na ekwiwalentny ruch typu Erlanga

Korzystając z wzoru (3.16) na wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady całego systemu o pojemności $V^{s*} = (\Delta V^* + V^{sc})$ i ruchu oferowanym o natężeniu $A_{X,c}^{s*}$ otrzymujemy:

$$E_{X,c}^s = B_{X,c}^s = E_{(\Delta V^* + V^{sc})}(A_{X,c}^{s*}) = E_{(V^{s*})}(A_{X,c}^{s*}). \quad (3.38)$$

W systemach wielousługowych klasy żądają różnej liczby JA do realizacji obsługi zgłoszeń, a wyznaczony ekwiwalentny ruch zawsze posiada żądania równe 1 JA. By rozwiązać ten problem dla ruchu wielousługowego wprowadzona została normalizacja pojemności zasobu $V^{sc*} = (\Delta V^* + \frac{V^{sc}}{t_{X,c}})$.

Otrzymane w ten sposób wartości są wystarczające do wyznaczenia parametrów $R_{X,c}^s$ oraz $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu spływającego z EFPR za pomocą wzorów Riordana:

$$R_{X,c}^s = A_{X,c}^{s*} E_{(V^{sc*})}(A_{X,c}^{s*}), \quad (3.39)$$

$$(\sigma^2)_{X,c}^s = R_{X,c}^s \left[\frac{A_{X,c}^{s*}}{(V^{sc*}) + 1 - A_{X,c}^{s*} + R_{X,c}^s} + 1 - R_{X,c}^s \right], \quad (3.40)$$

gdzie: $V^{sc*} = (\Delta V^* + \frac{V^{sc}}{t_{X,c}})$.

Pojemność wirtualna ΔV^* w wyniku zamiany klas ruchu typu Engseta na Erlanga często przyjmuje wartości ujemne. Wynika to z operacji matematycznych w przyjętej metodzie, w której pojemność V^{sc} pozostaje w niezmięnionej formie jako zasób wtórny dla wirtualnego zasobu pierwotnego, podczas gdy pojemność EFPR będąca sumą $V^{sc*} = \Delta V^* + V^{sc}$ jest od niego mniejsza ($V^{sc*} < V^{sc}$).

Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady zasobu o ujemnej pojemności wymaga rekurencyjnej postaci wzoru Erlanga (2.7) [15, 138]:

$$E_{V-1}(A) = \frac{V E_V(A)}{A(1 - E_V(A))}, \quad (3.41)$$

gdzie:

- A – średnie natężenie ruchu oferowanego,
- V – pojemność zasobu, któremu ruch był oferowany.

Istotnym elementem wzoru (3.41) jest wyznaczenie pierwszego elementu dla $V = -1$. Został on określony jako:

$$E_{-1}(A) = \left(-E_i(-A) A e^A \right)^{-1}, \quad (3.42)$$

gdzie:

$$E_i(x) = - \int_x^\infty \frac{e^u}{u} du. \quad (3.43)$$

Pojemności wyznaczone podczas zamiany klas ruchu typu Engseta oraz Pascala na ekwiwalentny ruch typu Erlanga, zarówno dodatnie, jak i ujemne, określane są w postaci liczb rzeczywistych. Żądania klas i pojemności zasobów definiowane są za pomocą liczb całkowitych, dlatego wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady dla pojemności niecałkowitych także wymagało modyfikacji wzoru (2.7). W tym celu zastosowano taką samą zależność jak we wzorze (3.41):

$$E_{V+\delta} = \frac{AE_{V+\delta-1}(A)}{V+\delta + AE_{V+\delta-1}(A)}, \quad (3.44)$$

gdzie $(V+\delta)$ jest liczbą niecałkowitą (V oznacza część całkowitą, a δ pozostały ułamek liczby). Element początkowy wyrażany jest jako przybliżenie:

$$E_{\delta} \approx \frac{(2-\delta)A + A^2}{\delta + 2A + A^2}. \quad (3.45)$$

Alternatywą powyższej metody jest zastosowanie interpolacji wartości niecałkowitej na podstawie sąsiednich całkowitych pojemności obsługujących ten sam ruch oferowany. W niniejszej pracy autor wykorzystał oba te rozwiązania. Interpolację zastosowano podczas wyznaczania pojemności FPR, a zależność (3.44) podczas wyznaczania prawdopodobieństwa blokady EFPR (wzór (3.38)).

Opisaną metodę wyznaczania ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnego ruchu Erlanga dla nie-Erlangowskich klas ruchu można przedstawić w postaci następujących kroków:

Metoda EFPR–mod–ERT

1. Wyznaczenie wartości średniej $R_{X,c,p}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c,p}^s$ ruchu oferowanego na FPR z wykorzystaniem wzorów (3.32) – (3.37).
2. Wyznaczenie ekwiwalentnego natężenia ruchu typu Erlanga $A_{X,c}^{s*}$ oraz zasobów wirtualnych ΔV^* , dla których ruch przelewowy posiadałby parametry określone w punkcie 1, na podstawie wzorów G. Rappa (3.18), (3.19).
3. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady całego systemu o pojemności V^{s*} na podstawie wzoru (3.38) oraz przy uwzględnieniu zależności (3.38) dla pojemności niecałkowitych.

4. Wyznaczenie parametrów $R_{X,c}^s$ oraz $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu spływającego z EFPR za pomocą wzorów (3.39) oraz (3.40).

3.4 Modelowanie zasobów wtórnych

Rozważmy teraz metodę wyznaczania prawdopodobieństwa blokady zasobów wtórnych wielosługowego systemu z przelewem ruchu. Załóżmy, że wymagane parametry ruchu przelewowego, tj. wartość średnia oraz wariancja dla każdej oferowanej klasy ruchu, zostały określone na podstawie metod przedstawionych w poprzednich rozdziałach. Dla dowolnej klasy ruchu c oferowanej zasobom pierwotnym obliczenia prowadzone są zgodnie z następującym rozumowaniem. W przypadku ruchu zintegrowanego zgłoszenia klasy c , spływające z różnych zasobów pierwotnych, są traktowane jako jeden strumień ruchu oferowanego zasobom wtórnym. Jest to możliwe ponieważ przyjmuje się, że takie strumienie są statystycznie niezależne. Wymaga to zsumowania parametrów średniej wartości ruchu spływającego $R_{X,c}^s$ oraz jego wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$:

$$R_{X,c} = \sum_{s=1}^S R_{X,c}^s \quad (3.46)$$

$$(\sigma^2)_{X,c} = \sum_{s=1}^S (\sigma^2)_{X,c}^s \quad (3.47)$$

gdzie:

- $R_{X,c}$ – średnie natężenie ruchu klasy c typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) spływającego na zasoby wtórne,
- $R_{X,c}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy c typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) spływającego z zasobów pierwotnych s ,
- $(\sigma^2)_{X,c}$ – wariancja natężenia ruchu klasy c typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) spływającego na zasoby wtórne,
- $(\sigma^2)_{X,c}^s$ – wariancja natężenia ruchu klasy c typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) spływającego z zasobów pierwotnych s .

W pracy wykazano, że wzór Fredericksa-Haywarda (3.14) można uogólnić także na systemy wielousługowe. W tym celu dla każdej klasy c spływającej na zasoby wtórne wyznaczany jest indywidualny współczynnik degeneracji $Z_{X,c}$:

$$Z_{X,c} = \frac{(\sigma^2)_{X,c}}{R_{X,c}}. \quad (3.48)$$

Współczynnik ten, tak jak w przypadku systemów jednousługowych, pozwala na zamianę ruchu spływającego na zasoby wtórne ekwiwalentem Erlangowskim. Uzyskiwane jest to poprzez podzielenie wartości średniej natężenia $R_{X,c}$ przez współczynnik degeneracji $Z_{X,c}$.

Pojemność zasobu wielousługowego przydzielana jest do obsługi wszystkich strumieni ruchu, więc do jej podziału musi zostać wykorzystany pewien wspólny, tzw. zbiorczy współczynnik degeneracji Z_0 . Do jego wyznaczenia przyjęto średnią ważoną współczynników $Z_{X,c}$ wszystkich obsługiwanych strumieni ruchu [49], gdzie wkład degeneracji $k_{X,c}$ poszczególnych klas jest wprost proporcjonalny do średniej wartości ruchu spływającego na zasoby wtórne oraz wielkości jego żądań. Zatem zbiorczy współczynnik degeneracji wyrażony jest wzorem:

$$Z_0 = \sum_{c=1}^m Z_{X,c} k_{X,c} = \sum_{c=1}^m Z_{X,c} \frac{R_{X,c} t_{X,c}}{\sum_{l=1}^m R_{X,l} t_{X,l}}, \quad (3.49)$$

gdzie:

- m – ilość klas oferowanych zasobowi wtórnemu,
- $t_{X,c}$ – żądania klasy c typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$), wyrażone w JA.

Znając współczynniki indywidualne oraz współczynnik zbiorczy degeneracji można wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego za pomocą zmodyfikowanego wzoru Kaufmana-Robertsza (2.29) [78, 115]:

$$n[P_n]_{\frac{v^0}{Z_0}} = \sum_{c=1}^m \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c} [P_{n-t_{X,c}}]_{\frac{v^0}{Z_0}}. \quad (3.50)$$

Prawdopodobieństwo blokady dla klasy c typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$) wynosi:

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{v^0}{Z_0}-t_{X,c}+1}^{\frac{v^0}{Z_0}} [P_n]_{\frac{v^0}{Z_0}}. \quad (3.51)$$

Podsumowując, etapy wyznaczania prawdopodobieństw blokady w zasobach wtórnych na podstawie uogólnionej metody Fredericksa-Haywarda, można zapisać w następującej postaci:

Metoda EFPR–Multi–Fredericks-Hayward

1. Wyznaczenie średniego natężenia ruchu $R_{X,c}$ oraz jego wariancji $(\sigma^2)_{X,c}$ dla zgłoszeń klasy c spływających z wielu zasobów pierwotnych – wzory (3.46) oraz (3.47).
 2. Wyznaczenie indywidualnego współczynnika degeneracji $Z_{X,c}$ dla każdej z klas ruchu – wzór (3.48).
 3. Wyznaczenie zbiorczego współczynnika degeneracji Z_0 dla wszystkich klas ruchu – wzór (3.49).
 4. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego – wzór (3.50).
 5. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady dla wszystkich klas ruchu obsługiwanych w zasobie wtórnym – wzór (3.51).
-

Rozdział 4

Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych bez mechanizmów kształtowania ruchu

4.1 Wprowadzenie

W poprzednim rozdziale opisano ogólny model systemów wielosługowych z przelewem ruchu, który prowadzi do możliwości opracowania metod określania prawdopodobieństwa blokady dla poszczególnych klas strumieni zgłoszeń wpływających na zasoby wtórne. Model ten opiera się na uogólnieniu podejścia Fredericksa-Haywarda i obejmuje następujące etapy:

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
2. Zamiana każdego wielosługowego zasobu pierwotnego s na m fikcyjnych zasobów pierwotnych s_c ($c \in M$) oraz wyznaczenie ich pojemności (rozdział 3.3.4).
3. Zamiana każdego fikcyjnego zasobu pierwotnego s_c na ekwiwalentny fikcyjny zasób pierwotny s_c^* obsługujący ruch typu Erlanga (rozdział 3.3.5).

4. Wyznaczanie wartości średniej oraz wariancji ruchu spływającego z zasobów pierwotnych (rozdział 3.3.3).
5. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości (wzór (3.50)) i prawdopodobieństwa blokady (wzór (3.51)) w zasobach wtórnych dla zgłoszeń każdej z klas c ($c \in M$) (rozdział 3.4).

Warto jednak podkreślić, że zgodnie z rozważaniami przedstawionymi w rozdziale 3.3, kolejne etapy opisanej procedury mogą być realizowane z wykorzystaniem różnych metod. Uogólniona metoda Fredericksa-Haywarda będzie zatem zestawem metod wybranych dla poszczególnych etapów, umożliwiającym modelowanie systemów z przelewem ruchu oraz charakteryzującym się właściwą sobie dokładnością.

Wyróżnienie poszczególnych etapów modelowania rozważanych systemów oraz identyfikacja dostępnych sposobów realizacji zadań określonych tymi etapami, pozwoliła autorowi rozprawy na kompleksową analizę dokładności metod znanych w literaturze przedmiotu oraz nowych, zaproponowanych w niniejszej rozprawie.

W tym rozdziale przedstawione zostaną wyniki tej analizy oraz opis zaproponowanych przez autora metod, prowadzących do znacznego wzrostu dokładności końcowych rezultatów prawdopodobieństwa blokady w systemach z przelewem ruchu wielosługowego. W dalszej części rozdziału metody modelowania systemów z ruchem przelewowym zostały przedstawione w sposób zalgorytmizowany, z wykorzystaniem wskazanych powyżej 5 etapów. Dodatkowo, w tabeli 4.8 zawarto skrótowe zestawienie różnic pomiędzy omawianymi metodami.

Etap pierwszy, czwarty oraz piąty występują w tej samej formie w każdej z metod. Różnice pojawiają się głównie w sposobie wyznaczania fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz, określanych na ich podstawie, ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych. Metody te mają kluczowe znaczenie, gdyż wpływają bezpośrednio na dokładność wyznaczania parametrów ruchu spływającego.

Wszystkie analizowane metody zostały odwzorowane w zaprojektowanym przez autora programie komputerowym, dzięki czemu możliwa była weryfikacja dokładności analizowanych modeli poprzez symulacje komputerowe. Badania efektywności każdej z omawianych metod zostały przeprowadzone dla przykładowych systemów wielosługowych z przelewem ruchu, których parametry podano w tabelach 4.1–4.4. Systemy te obejmują analizę strumieni ruchu Erlanga, Engseta i Pascala.

Wyniki wyznaczone dla każdej z metod analitycznych porównano z wartościami uzyskanymi metodami symulacyjnymi dla zakresu wartości natężenia ruchu 0.5–2.5 Erlanga oferowanego jednej jednostce alokacji zasobów pierwotnych z krokiem równym 0.1. Dla każdego kroku prowadzona była symulacja w 5 seriach liczących po 1000000 zgłoszeń. Symulowane wartości przedstawione zostały w postaci punktów z 95-procentowym przedziałem ufności obliczonym zgodnie z rozkładem t-Studenta dla 5 serii zgłoszeń. Każdy z przedstawionych rezultatów symulacji jest co najmniej o jeden rząd wielkości większy od jego przedziału ufności. Wyniki prezentowane są w zależności od wartości średniej ruchu a oferowanego na jedną jednostkę zasobów pierwotnych, co dla jednego zasobu pierwotnego s można zapisać w postaci:

$$a^s = \frac{\sum_{c=1}^m A_{X,c}^s t_{X,c}}{V^s}, \quad (4.1)$$

gdzie:

- m – ilość klas oferowanych zasobowi pierwotnemu,
- $A_{X,c}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $t_{X,c}$ – żądania zgłoszeń klasy c wyrażone w jednostkach alokacji,
- V^s – pojemność zasobu pierwotnego s .

TABELA 4.1: Wielosługowy system przelewowy nr 1

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 1	$V^1 = 100 \text{ JA}$	$t_{Er,1} = 4 \text{ JA}$	$N_{Er,1} = 80$
		$t_{Er,2} = 5 \text{ JA}$	
		$t_{Pa,3} = 6 \text{ JA}$	$S_{Pa,3} = 50$
	$V^0 = 50 \text{ JA}$		

TABELA 4.2: Wielosługowy system przelewowy nr 2

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 2	$V^1 = 50 \text{ JA}$	$t_{Er,1} = 2 \text{ JA}$	
		$t_{Er,2} = 3 \text{ JA}$	
	$V^0 = 30 \text{ JA}$		

TABELA 4.3: Wielosługowy system przelewowy nr 3

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 3	$V^1 = 120 \text{ JA}$	$t_{\text{En},1} = 2 \text{ JA}$	$N_{\text{En},1} = 90$
		$t_{\text{En},2} = 3 \text{ JA}$	$N_{\text{En},1} = 120$
	$V^0 = 30 \text{ JA}$		

TABELA 4.4: Wielosługowy system przelewowy nr 4

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 4	$V^1 = 80 \text{ JA}$	$t_{\text{Pa},1} = 2 \text{ JA}$	$S_{\text{Pa},1} = 100$
		$t_{\text{Pa},2} = 4 \text{ JA}$	$S_{\text{Pa},1} = 50$
	$V^0 = 40 \text{ JA}$		

4.2 Metoda V1

W pierwszej z omawianych metod, której podstawy zaproponowano w [67], zamiana wielosługowego zasobu pierwotnego s na fikcyjne zasoby pierwotne s_c realizowana jest poprzez wyznaczenie ekwiwalentnych pojemności zasobów jednosługowych, które obsługując ruch pojedynczej klasy c wykazywałyby ten sam poziom prawdopodobieństwa blokady, a przez to taką samą ilość ruchu spływającego na zasoby wtórne, zgodnie z metodą dopasowania blokady Erlanga (rozdział 3.3.4.1).

Metoda V1 została zaproponowana dla klas ruchu typu Erlanga [67]. Uogólnienie powyższej metody dla systemów obsługujących także klasy ruchu typu Engseta oraz Pascala w niniejszej rozprawie zostało sprowadzone do wyznaczenia dla nich ekwiwalentnych klas ruchu typu Erlanga, zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 3.3.5 (metoda EFPR–mod–ERT). Efektem tej zamiany jest otrzymanie klas ruchu o ekwiwalentnym natężeniu $A_{X,c}^{s*}$ oferowanym na wirtualny zasób o pojemności ΔV^* . Ponieważ na tym etapie ruch ten można traktować jak ruch typu Erlanga, to pojemność V^{s*} , gdzie $V^{s*} = (\Delta V^* + V^{s_c})$ można wyznaczyć dokładnie tak samo jak w przypadku klas typu Erlanga (Metoda FPR–Dopasowanie–E–Erl na stronie 45). Uwzględniając wszystkie klasy c typu Erlanga-Engseta-Pascala, wzór (3.26) można zapisać w postaci:

$$E_{X,c}^s = \frac{(A_{X,c}^{s*})^{V^{s*}}}{V^{s*}!} \bigg/ \sum_{c=0}^{V^{s*}} \frac{(A_{X,c}^{s*})^c}{c!}, \quad (4.2)$$

gdzie:

- $E_{X,c}^s$ – prawdopodobieństwo blokady występujące w zasobie s dla klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,
- $A_{X,c}^{s*}$ – średnie natężenie ekwiwalentnego ruchu klasy c typu Erlanga oferowanego zasobowi pierwotnemu s jako typ X ($X \in \{Er, En, Pa\}$),
- V^{s_c} – pojemność ekwiwalentnego fikcyjnego zasobu pierwotnego s_c^* , któremu oferowany jest ruch ekwiwalentny klasy c .

W omawianej metodzie zamiana FPR na EFPR polega na wyznaczeniu ekwiwalentnych zasobów obsługujących klasy ruchu typu Erlanga. Fikcyjne zasoby pierwotne, którym oferowany jest ruch typu Erlanga, na tym etapie pozostają w niezmienionej formie. Zamiany klas ruchu typu Engseta oraz Pascala, wymagane do wyznaczenia pojemności, także pozwalają traktować powstałe ekwiwalentne klasy jak ruch typu Erlanga, przez co nie są wymagane kolejne operacje, by móc wyznaczyć parametry ruchu spływającego.

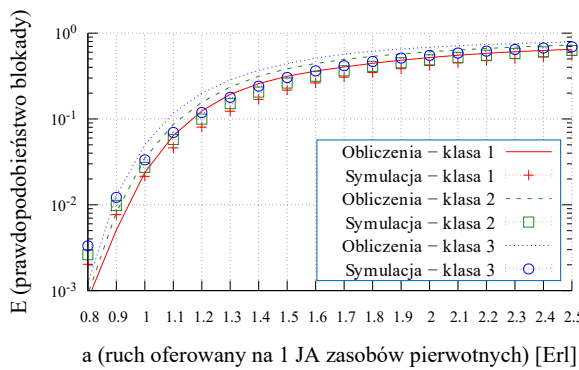
Formalnie działanie metody V1 można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda V1

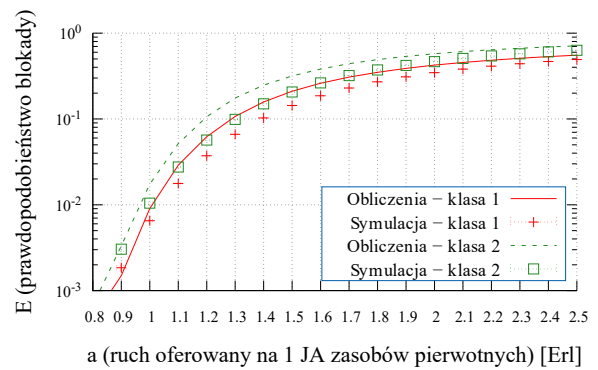
1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
2. Wyznaczenie ekwiwalentnego ruchu dla klas typu Engseta oraz Pascala, w oparciu o wzory G. Rappa (3.18), (3.19) zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 3.3.5 (metoda EFPR-mod-ERT).
3. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych dla wszystkich klas ruchu, zgodnie z metodą dopasowania blokady Erlanga przedstawioną w rozdziale 3.3.4.1.
4. Wyznaczenie ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych. Na tym etapie wszystkie klasy można traktować jak ruch typu Erlanga, dlatego pojemność EFPR jest równa FPR.

5. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu wpływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (3.50)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (3.51)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks–Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

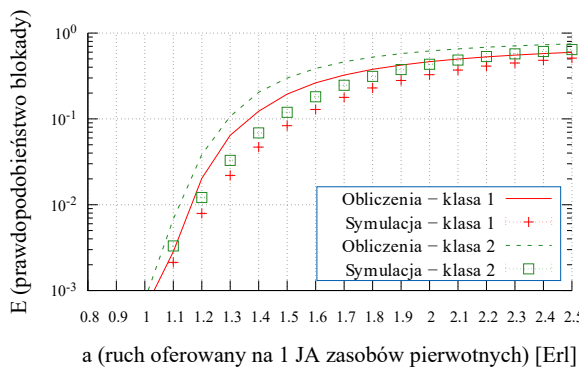
Rezultaty przeprowadzonych badań dla przykładowych systemów przelewowych (tabele 4.1 – 4.4) przedstawiono na rysunkach 4.1 – 4.4. Prawdopodobieństwa blokady wyznaczone za pomocą metody V1 zostały zestawione z wynikami otrzymanymi metodami symulacyjnymi.



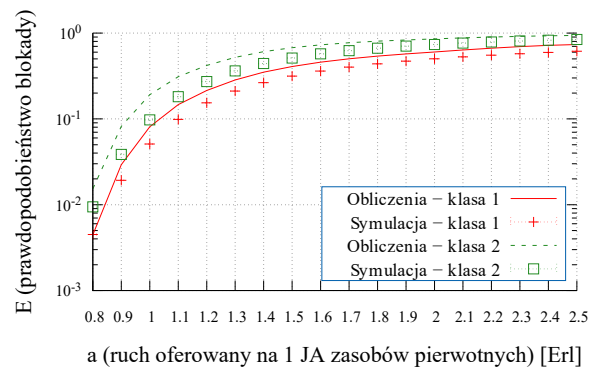
RYSUNEK 4.1: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



RYSUNEK 4.2: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.



RYSUNEK 4.3: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.



RYSUNEK 4.4: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V1, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

4.3 Metoda V2

Metoda V2 została zaproponowana w pracy [48]. W metodzie tej przyjęto, że pojemność fikcyjnych zasobów pierwotnych jest wyznaczana na podstawie metody FPR–Dopasowanie–Y (rozdział 3.3.4.2). Oznacza to, że określanie pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych s_c w metodzie V2 odbywa się poprzez odejmowanie od zasobu pierwotnego s pojemności niezbędnych do obsługi ruchu pozostałych klas. Pojemność V^{s_c} fikcyjnego zasobu pierwotnego s_c obsługującego ruch klasy c zdefiniowana jest zatem jako niezajmowana przez pozostałe klasy część zasobu pierwotnego s (wzór (3.27)). Po określeniu pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych następuje ich zamiana na ekwiwalentne fikcyjne zasoby pierwotne zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 3.3.5 (metoda EFPR–mod–ERT). Zdefiniowane w ten sposób ekwiwalentne klasy pozwalają na wyznaczenie parametrów ruchu spływającego za pomocą wzorów Riordana (3.3), (3.4).

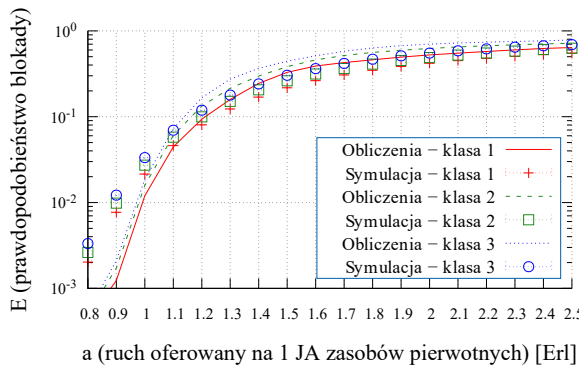
Formalnie działanie metody V2 można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda V2

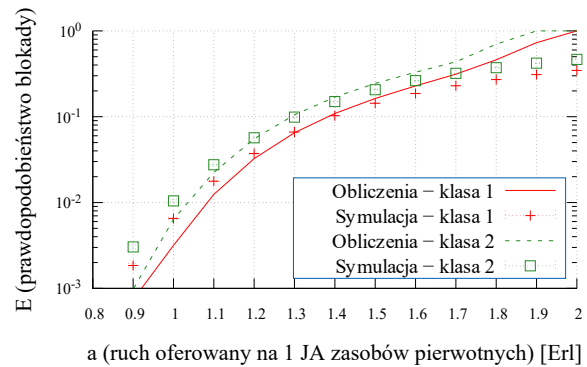
1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsługowanego przedstawioną w rozdziale 3.3.4.2.
3. Wyznaczenie ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych. Po określeniu pojemności FPR następuje ich zamiana na EFPR za pomocą metody EFPR–mod–ERT zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 3.3.5.
4. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu spływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).

- Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (3.50)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (3.51)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks–Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

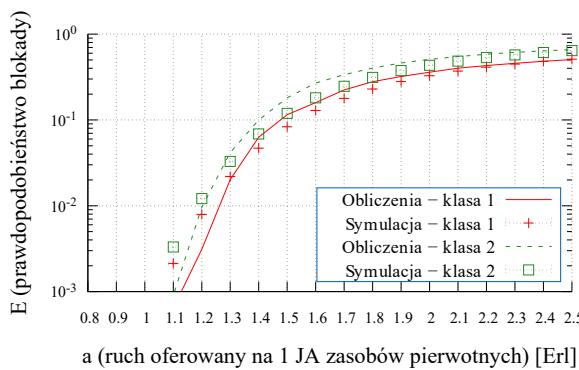
Rezultaty przeprowadzonych badań dla przykładowych systemów przelewowych (tabele 4.1 – 4.4) przedstawiono na rysunkach 4.5 – 4.8. Prawdopodobieństwa blokady wyznaczone za pomocą metody V2 zostały zestawione z wynikami otrzymanymi metodami symulacyjnymi.



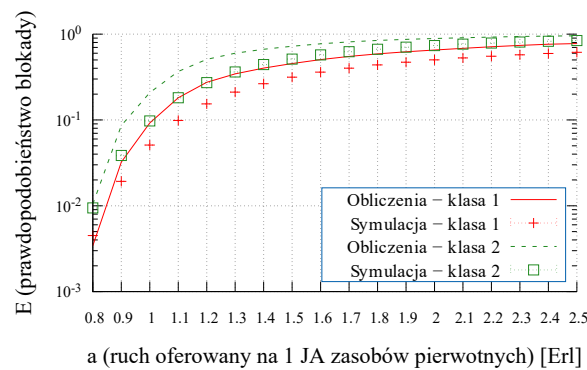
RYSUNEK 4.5: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



RYSUNEK 4.6: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.



RYSUNEK 4.7: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.



RYSUNEK 4.8: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V2, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

4.4 Metoda V3

Metoda V3 została zaproponowana przez autora rozprawy, a jej założenia zostały opublikowane w [46]. Realizacja zamiany wielosługowego zasobu pierwotnego s na fikcyjne zasoby pierwotne s_c w metodzie V3 została oparta na kryterium dopasowania blokady BPP (metoda FPR–Dopasowanie-E-BPP) przedstawionym w rozdziale 3.3.4.3.

Zamiana fikcyjnych zasobów pierwotnych na ekwiwalentne fikcyjne zasoby pierwotne realizowana jest zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 3.3.5 (metoda EFPR–mod–ERT).

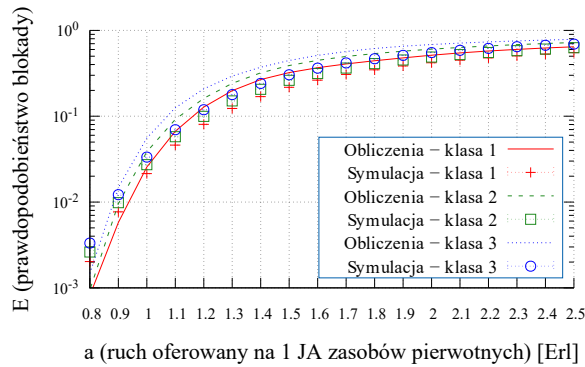
Zaproponowane przez autora podejście, wykorzystane w metodzie FPR–Dopasowanie-E-BPP, pozwoliło na dokładniejsze wyznaczanie parametrów ruchu spływającego, dzięki lepszemu dopasowaniu pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych s_c , a tym samym ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych s_c^* .

Formalnie działanie metody V3 można zapisać w postaci następujących kroków:

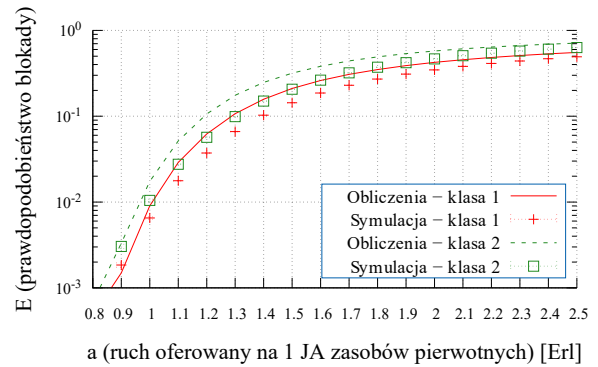
Metoda V3

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych dla wszystkich klas ruchu, zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP przedstawioną w rozdziale 3.3.4.3.
3. Wyznaczenie ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych za pomocą metody EFPR–mod–ERT przedstawionej w rozdziale 3.3.5.
4. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu spływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
5. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (3.50)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (3.51)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks-Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

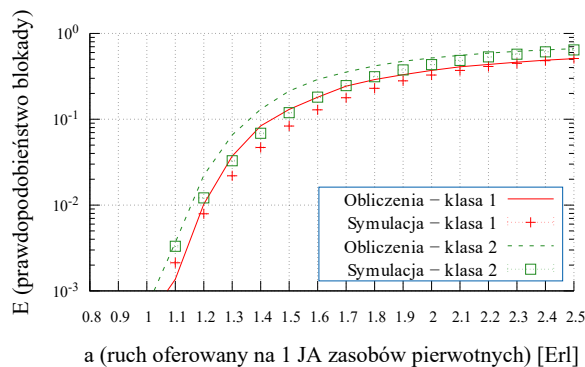
Rezultaty przeprowadzonych badań dla przykładowych systemów przelewowych (tabele 4.1 – 4.4) przedstawiono na rysunkach 4.9 – 4.12. Prawdopodobieństwa blokady wyznaczone za pomocą metody V3 zostały zestawione z wynikami otrzymanymi metodami symulacyjnymi.



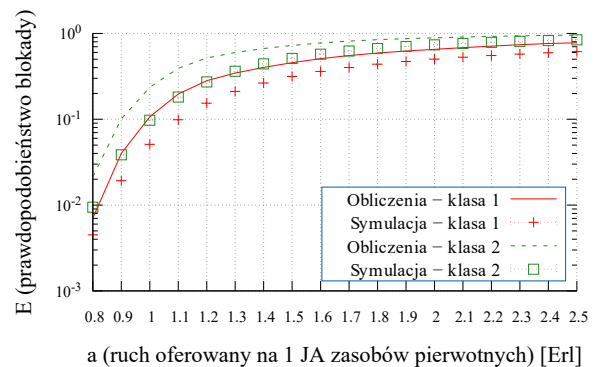
RYSUNEK 4.9: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



RYSUNEK 4.10: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.



RYSUNEK 4.11: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.



RYSUNEK 4.12: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

4.5 Ograniczenia metod V1, V2, V3

Rezultaty uzyskiwane na podstawie metod przedstawionych w poprzednich rozdziałach wykazują różne dokładności w zależności od systemu, dla którego zostały zastosowane. Wybór najdokładniejszej metody, będącej uniwersalną dla każdego systemu nie jest możliwy, ponieważ jest to zależne od zestawu klas obsługiwanych przez system poddawany analizie oraz wartości oferowanego ruchu. Metodą najczęściej wskazującą najlepsze dopasowanie wyznaczonych wartości do tych otrzymywanych symulacyjnie oraz wykazującą się zdecydowanie największą stabilnością poziomą błędów dla całego zakresu natężenia ruchu oferowanego jednej jednostce alokacji jest metoda V3.

Niezależnie jednak od metody (V1, V2, V3), liczne badania, z których nie wszystkie wyniki zostały umieszczone w rozprawie, wskazują że największe różnice pomiędzy wartościami otrzymywanymi symulacyjnie, a wartościami analitycznymi występują w systemach, które obsługują zgłoszenia klas typu Pascala. Autor rozprawy, w oparciu o wartość średnią ruchu

przelewanego, przeprowadził analizę zależności wpływających na dokładność otrzymywanych wyników, której wnioski zostały opublikowane w artykułach [30], [31] oraz [34]. Prawidłowe wyznaczanie blokad dla ruchu o charakterze ujemnego rozkładu dwumianowego jest istotne ze względu na coraz częstsze obserwowanie go w obecnie funkcjonujących sieciach wielowarstwowych. Metody aproksymacji przelewu tego ruchu zostały zaproponowane w pracach [32, 72, 106, 146].

W dalszej części rozdziału przedstawiona zostanie analiza przyjętego w metodach V1–V3 rozwiązania w zakresie przekształcania strumieni Pascala na ekwiwalentne strumienie Erlanga oraz jego wpływu na dokładność modelowania systemów z przelewem ruchu. Badania zostaną przeprowadzone dla najdokładniejszej z trzech dotychczas omówionych metod, tj. metody V3, dla trzech przykładowych systemów wielosługowych. Dodatkowo, każdy z przedstawionych systemów zbadano dla trzech wersji, uwzględniających zmianę liczby źródeł w każdej z klas. Parametry analizowanych systemów przedstawiono w tabelach 4.5, 4.6, 4.7. Wyznaczone wartości zweryfikowano symulacyjnie, przeprowadzając badania w 5 seriach liczących po 1000000 zgłoszeń, dla zakresu wartości natężenia ruchu 0.5 – 2.5 Erlanga oferowanego jednej jednostce alokacji zasobów pierwotnych z krokiem równym 0.1 Erlanga.

TABELA 4.5: Wielosługowy system przelewowy nr 1_{Pa}

System	Zasób	Żądania	Źródła		
			System nr 1a _{Pa}	System nr 1b _{Pa}	System nr 1c _{Pa}
nr 1 _{Pa}	$V^1 = 80 \text{ JA}$	$t_{Pa,1} = 2 \text{ JA}$	$S_{Pa,1} = 100$	$S_{Pa,1} = 50$	$S_{Pa,1} = 200$
		$t_{Pa,2} = 4 \text{ JA}$	$S_{Pa,2} = 50$	$S_{Pa,2} = 25$	$S_{Pa,2} = 100$
	$V^0 = 40 \text{ JA}$				

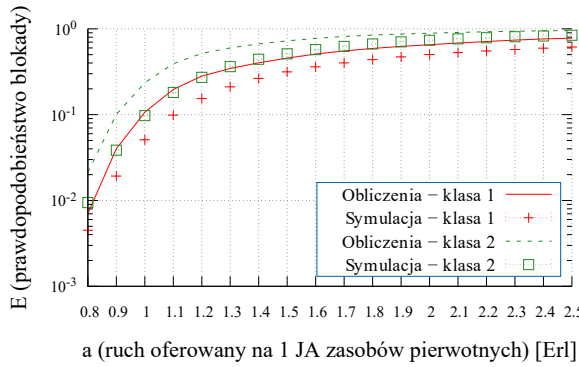
TABELA 4.6: Wielosługowy system przelewowy nr 2_{Pa}

System	Zasób	Żądania	Źródła		
			System nr 2a _{Pa}	System nr 2b _{Pa}	System nr 2c _{Pa}
nr 2 _{Pa}	$V^1 = 50 \text{ JA}$	$t_{Pa,1} = 3 \text{ JA}$	$S_{Pa,1} = 80$	$S_{Pa,1} = 20$	$S_{Pa,1} = 160$
		$t_{Pa,2} = 5 \text{ JA}$	$S_{Pa,2} = 40$	$S_{Pa,2} = 10$	$S_{Pa,2} = 80$
	$V^0 = 30 \text{ JA}$				

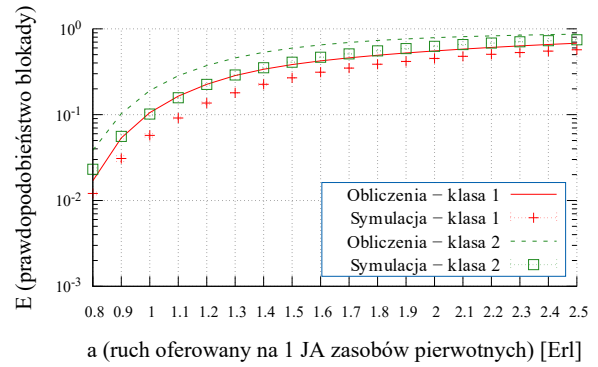
TABELA 4.7: Wielosługowy system przelewowy nr 3_{Pa}

System	Zasób	Żądania	Źródła		
			System nr 3a _{Pa}	System nr 3b _{Pa}	System nr 3c _{Pa}
nr 3 _{Pa}	$V^1 = 40 \text{ JA}$	$t_{Pa,1} = 1 \text{ JA}$	$S_{Pa,1} = 130$	$S_{Pa,1} = 65$	$S_{Pa,1} = 260$
		$t_{Pa,2} = 4 \text{ JA}$	$S_{Pa,2} = 40$	$S_{Pa,2} = 20$	$S_{Pa,2} = 80$
	$V^2 = 90 \text{ JA}$	$t_{Pa,3} = 2 \text{ JA}$	$S_{Pa,3} = 120$	$S_{Pa,3} = 60$	$S_{Pa,3} = 240$
		$t_{Pa,4} = 3 \text{ JA}$	$S_{Pa,4} = 80$	$S_{Pa,4} = 40$	$S_{Pa,4} = 160$
	$V^0 = 40 \text{ JA}$				

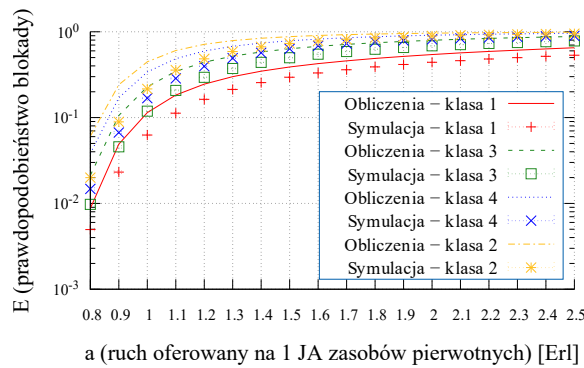
Prawdopodobieństwo blokady występujące w zasobach wtórnych omawianych systemów przedstawiono na rysunkach 4.13 dla systemu nr 1a_{Pa}, 4.14 dla systemu nr 2a_{Pa} oraz 4.15 dla systemu nr 3a_{Pa}.



RYSUNEK 4.13: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 1a_{Pa}, klasy ruchu typu Pascala.



RYSUNEK 4.14: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 2a_{Pa}, klasy ruchu typu Pascala.



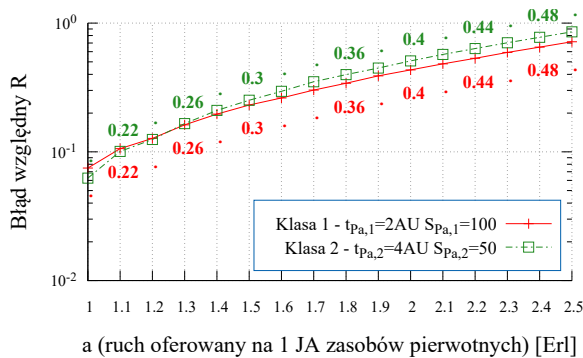
RYSUNEK 4.15: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V3, system nr 3a_{Pa}, klasy ruchu typu Pascala.

Analiza dokładności wyznaczania wartości średniej ruchu przelewanego R na kolejnych wykresach (rysunki 4.16 – 4.23) została przedstawiona w postaci wartości błędu względnego

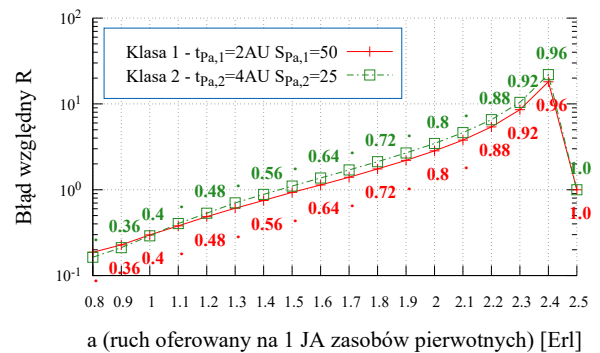
pomiędzy wynikami otrzymywanymi na podstawie symulacji a tymi wyznaczanymi analitycznie. Klasy prezentowane na wykresach oznaczono dodatkowo wartościami średniego natężenia ruchu α oferowanego przez jedno wolne źródło ruchu.

Wykres zmian błędu względnego wartości średniej ruchu przelewanego R w zależności od ruchu oferowanego jednej jednostce alokacji przedstawiono dla wszystkich klas systemu nr $1a_{Pa}$ na rysunku 4.16, systemu nr $1b_{Pa}$ na rysunku 4.17, systemu nr $2b_{Pa}$ na rysunku 4.18 oraz dla dwóch klas systemu nr $3b_{Pa}$, po jednej z każdego zasobu pierwotnego, na rysunku 4.19.

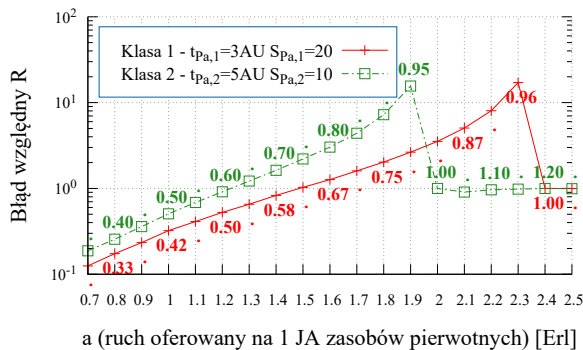
Wzrost ruchu oferowanego jednej jednostce alokacji zasobów pierwotnych wpływa na wzrost błędu względnego otrzymanej wartości średniej ruchu przelewanego R : dokładność wartości wyznaczanych analitycznie maleje, co można zaobserwować na rysunkach 4.16 – 4.19. Po przekroczeniu wartości $\alpha = 1$ średniego natężenia ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło ruchu następuje odwrócenie tego trendu. Jest to widoczne na rysunkach 4.17 oraz 4.18.



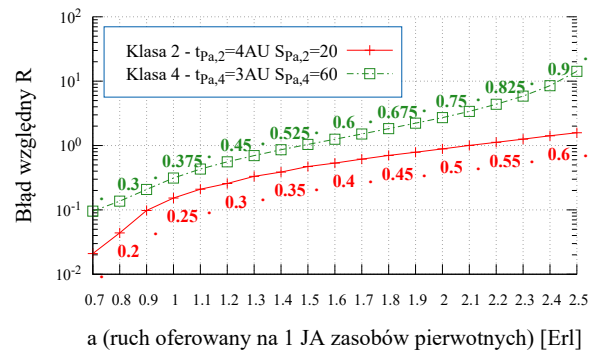
RYSUNEK 4.16: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $1a_{Pa}$.



RYSUNEK 4.17: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $1b_{Pa}$.



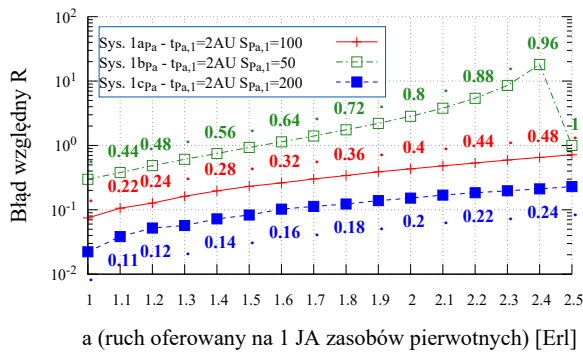
RYSUNEK 4.18: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $2b_{Pa}$.



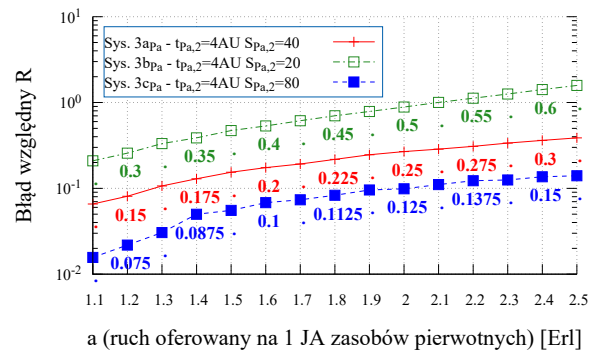
RYSUNEK 4.19: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, system nr $3b_{Pa}$.

Wpływ ruchu oferowanego α przez jedno wolne źródło na dokładność wyznaczanych średnich wartości ruchu przelewanego R przedstawiono na rysunku 4.20 poprzez zestawienie wartości jednej z klas (klasy 1) w systemach $1a_{Pa}$, $1b_{Pa}$, $1c_{Pa}$, a także na rysunku 4.21 poprzez zestawienie wartości jednej klasy (klasy 2) w systemach $3a_{Pa}$, $3b_{Pa}$, $3c_{Pa}$.

Liczba źródeł klasy w systemie, którego pozostałe parametry nie ulegają zmianie, wpływa bezpośrednio na wartość średnią natężenia ruchu α oferowanego przez jedno wolne źródło tej klasy (rysunki 4.20 oraz 4.21). Zwiększenie liczby źródeł przy stałej wartości ruchu oferowanego na jedną jednostkę zasobów a zmniejsza wartość ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło α . Takie zestawienie ponownie pozwala zaobserwować wzrost błędu względnej średniej wartości ruchu przelewanego R wraz ze wzrostem parametru α , a także zmianę występującą po przekroczeniu wartości $\alpha = 1$ (rysunek 4.20).



RYSUNEK 4.20: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 1 w systemach nr $1a_{Pa}$, $1b_{Pa}$, $1c_{Pa}$.

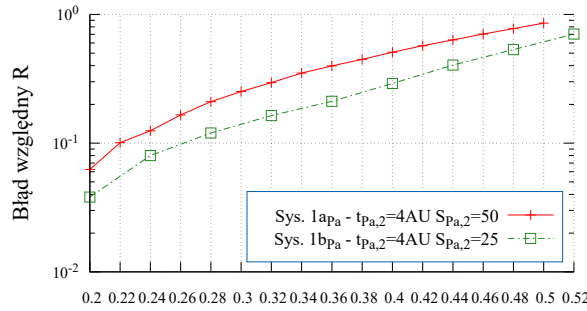


RYSUNEK 4.21: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 2 w systemach nr $3a_{Pa}$, $3b_{Pa}$, $3c_{Pa}$.

Wpływ zmiany liczby źródeł na dokładność wyznaczanych średnich wartości ruchu przelewanego R można określić natomiast poprzez zestawienie danej klasy z różnymi liczbami źródeł przy takich samych wartościach ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło α i przy niezmienności pozostałych parametrów systemu.

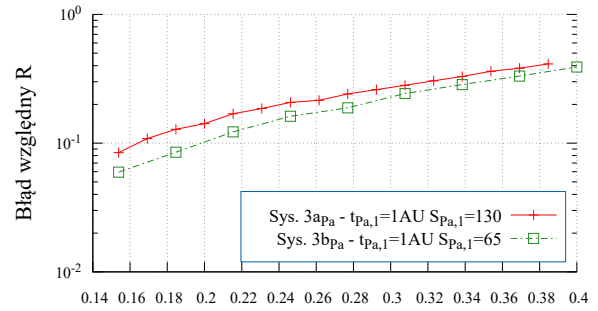
Na rysunku 4.22 przedstawiono zestawienie dla klasy 2 systemu nr $1a_{Pa}$ oraz $1b_{Pa}$, a na rysunku 4.23 dla klasy 1 systemu nr $3a_{Pa}$ oraz $3b_{Pa}$. Jak można zauważyć, wzrost liczby źródeł zwiększa błąd względny wyznaczanej wartości średniej ruchu przelewowego R , jednak ma to mniejszy wpływ od parametru α .

Przedstawione ograniczenia dokładności wyznaczanych wartości ruchu wpływającego wynikają ze sposobu zamiany klas typu Pascala na ekwiwalentne klasy typu Erlanga w modelu opisanym w rozdziale 3.3.5. Wartość średnia ruchu oferowanego na zasoby pierwotne oraz



α (średnie natężenie ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło)

RYSUNEK 4.22: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 2 w systemach nr 1a_{pa}, 1b_{pa}.



α (średnie natężenie ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło)

RYSUNEK 4.23: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewanego, klasa 1 w systemach nr 3a_{pa}, 3b_{pa}.

jego wariancja opisane wzorami (3.36) oraz (3.37) uwzględniają zależność:

$$\frac{\alpha_{Pa,k}}{1 - \alpha_{Pa,k}}. \quad (4.3)$$

Wraz ze wzrostem wartości ruchu α oferowanego przez jedno wolne źródło, w zakresie $\langle 0,1 \rangle$, zależność (4.3) rośnie wykładniczo. Dla wartości $\alpha = 1$ zależność jest niedozwolona, a następnie przyjmuje wartości ujemne rosnące wykładniczo do -1 . Błędna wartość zależności (4.3) wpływa na parametry ruchu przelewanego wyznaczane zgodnie z metodą EFPR–mod–ERT (rozdział 3.3.5). Wyznaczany w ten sposób średni ruch wpływający na zasoby wtórne R przyjmuje wartości bliskie 0, dla parametru α przekraczającego wartość 1. Zmiana ta widoczna była na prezentowanych powyżej wykresach (rysunki 4.17, 4.18, 4.20), a wartość błędny względnego δ , oscylującego w okolicy wartości 1 dla wyznaczanych wartości ruchu bliskich 0, wynika ze sposobu jego liczenia:

$$\delta = \frac{|x - x_0|}{x}, \quad (4.4)$$

gdzie:

- x – jest wzorcową wartością, wyznaczaną przez symulator,
- x_0 – jest to wartość badana, wyznaczana analitycznie.

Zaprezentowane zależności wpływające na dokładność wyznaczanych wartości średnich ruchu przelewanego na zasoby wtórne R pozwala określić zakres ograniczeń modelu oraz obszar jego wydajnego wykorzystania.

4.6 Aproksymacja nie-Erlangowskich klas ruchu strumieniem Erlanga

Analiza dokładności wyników otrzymywanych dla klas typu Pascala w metodach V1-V3 oraz możliwych przyczyn powodujących jej obniżenie pozwoliło określić nową metodę zamiany nie-Erlangowskich klas za pomocą strumieni Poissona, opublikowaną przez autora rozprawy w artykule [34]. Dokładność metod dekompozycji zależy od dokładności wyznaczonych dwóch pierwszych momentów ruchu przelewane go na zasoby wtórne. Wartość średnia $R_{X,c}^s$ natężenia ruchu klasy c wpływającego na zasoby wtórne z zasobu s może być określona zarówno jako różnica średniego natężenia $A_{X,c}^s$ ruchu klasy c oferowanego zasobowi pierwotnemu s oraz ruchu załatwianego w tym zasobie $Y_{X,c}^s$:

$$R_{X,c}^s = A_{X,c}^s - Y_{X,c}^s \quad (4.5)$$

oraz jako część ruchu oferowanego $A_{X,c}^s$ trafiającego na zasób s w momentach wystąpienia blokady określonej prawdopodobieństwem $E_{X,c}^s$:

$$R_{X,c}^s = A_{X,c}^s E_{X,c}^s. \quad (4.6)$$

Wysoka dokładność zastosowanej metody MIM-NSD-BPP, pozwala określić prawdopodobieństwo blokady $E_{X,c}^s$ klasy c typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) (zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 2.3) oraz wartość średnią ruchu załatwianego $Y_{X,c}^s$ tej klasy w zasobie s , określoną wzorem (3.29).

Autor rozprawy zaproponował aproksymację analizowanej klasy ruchu za pomocą klasy typu Erlanga, której wartość średnia ruchu oferowanego $A_{X,c}^s$ określana jest jedynie za pomocą parametrów uzyskanych metodą MIM-NSD-BPP. Wartość ta może być wyznaczona na podstawie układu równań wzorów (4.5) oraz (4.6) jako:

$$A_{X,c}^s = \frac{Y_{X,c}^s}{1 - E_{X,c}^s}. \quad (4.7)$$

Określona w powyższy sposób wartość średnia ruchu oferowanego $A_{X,c}^s$ traktowana jest na tym etapie jak ruch typu Erlanga, czyli jak ekwiwalentna wartość średnia natężenia $A_{X,c}^{s*}$. Ekwiwalentna pojemność V^{s*} fikcyjnego zasobu pierwotnego obsługującego ten ruch wyznaczana jest, tak jak w przypadku metody dopasowania blokady Erlanga (rozdział 3.3.4.1), na

podstawie równoważnego jednosługowego systemu obsługującego ruch typu Erlanga o takim samym natężeniu $A_{X,c}^s$ oraz prawdopodobieństwie blokady $E_{X,c}^s$ jak w przypadku wartości otrzymanych na podstawie metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3):

$$E_{X,c}^s = \frac{(A_{X,c}^{s*})^{V_c^{s*}}}{V_c^{s*}!} \cdot \frac{1}{\sum_{c=0}^{V_c^{s*}} \frac{(A_{X,c}^{s*})^c}{c!}}. \quad (4.8)$$

Dokładna wartość wyznaczana jest za pomocą interpolacji liniowej całkowitych pojemności dla najbliższych wartości prawdopodobieństwie blokady $E_{X,c}^s$.

Otrzymane parametry wartości średniej $A_{X,c}^{s*}$ ruchu oferowanego oraz pojemności V_c^{s*} są wystarczające do wyznaczenia wartości średniej ruchu spływającego $R_{X,c}^s$ oraz jego wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ za pomocą wzorów Riordana (3.3, 3.4).

Zaproponowaną metodę autor rozprawy zastosował w przedstawionych wcześniej metodach V2 oraz V3 z uwzględnieniem klas typu Pascala, a także Engseta, tworząc kolejne metody, których zestawienie pozwoliło na wybór najdokładniejszej z nich.

Podsumowując, metodę aproksymacji nie-Erlangowskich klas ruchu strumieniem Erlanga można zapisać w następujący sposób:

Metoda FPR–Aproksymacja–E–Erl

1. Wyznaczenie ekwiwalentnych wartości średniego natężenia ruchu $A_{X,c}^{s*}$ dla klasy c ($c \in M$), na podstawie wzoru (4.7).
 2. Wyznaczenie pojemności fikcyjnego zasobu pierwotnego, dla każdej ekwiwalentnej klasy c , na podstawie wzoru (4.8).
 3. W przypadku klas, dla których nie ma możliwości wyznaczenia pojemności wyrażanej całkowitą liczbą JA, pojemność fikcyjnego zasobu pierwotnego wyznaczana jest na podstawie interpolacji liniowej.
-

4.7 Metoda V4

Zamiana wielosługowego zasobu pierwotnego s na s_c fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz wyznaczenie ich pojemności w metodzie V4, dla klas typu Erlanga oraz Engseta, realizowana jest zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP (metoda FPR–Dopasowanie-E-BPP, rozdział 3.3.4.3). Wyznaczanie FPR dla klas typu Pascala realizowane jest zgodnie z metodą FPR–Aproksymacja–E–Erl (rozdział 4.6). Zastosowanie metody FPR–Aproksymacja–E–Erl prowadzi także do wyznaczenia ekwiwalentnego ruchu klas typu Pascala.

Zamiana fikcyjnych zasobów pierwotnych na ekwiwalentne fikcyjne zasoby pierwotne zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 3.3.5 (Metoda EFPR–mod–ERT) realizowana jest tylko dla klas typu Engseta, ponieważ pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga.

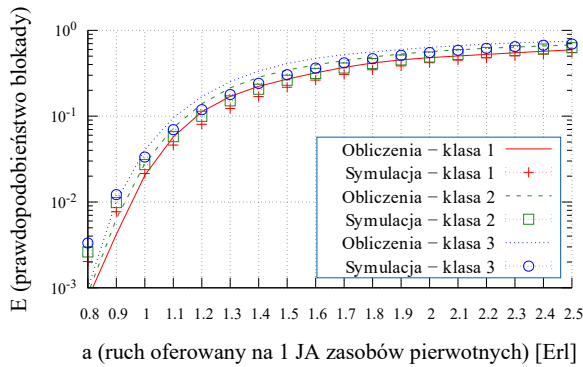
Formalnie działanie metody V4 można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda V4

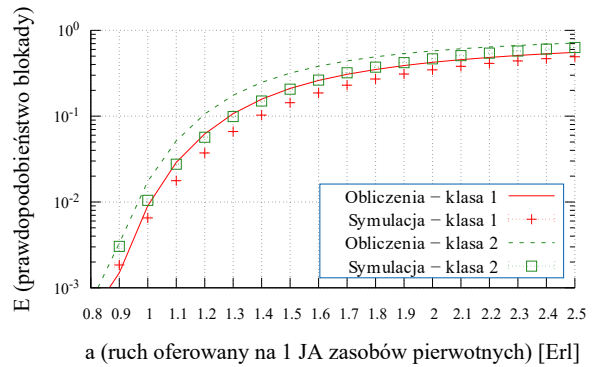
1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP (FPR–Dopasowanie-E-BPP), przedstawioną w rozdziale 3.3.4.3, dla klas typu Erlanga oraz Engseta.
3. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych dla klas typu Pascala zgodnie z metodą aproksymacji strumieniami Poissona przedstawioną (FPR–Aproksymacja–E–Erl) w rozdziale 4.6.
4. Wyznaczenie ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych dla klas typu Engseta za pomocą metody EFPR–mod–ERT przedstawionej w rozdziale 3.3.5. Pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga, więc pojemność FPR oraz odpowiadającego mu EFPR są sobie równe.

5. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu wpływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (3.50)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (3.51)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks–Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

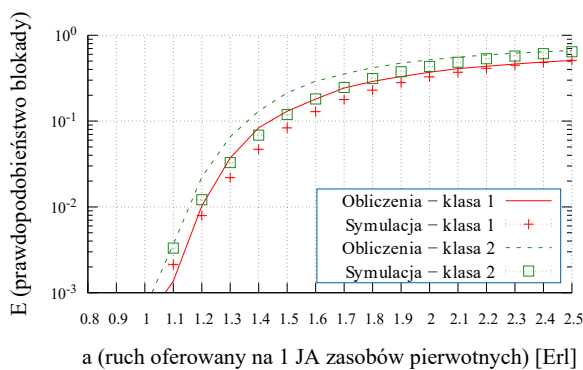
Rezultaty przeprowadzonych badań dla przykładowych systemów przelewowych (tabele 4.1 – 4.4) przedstawiono na rysunkach 4.24 – 4.27. Prawdopodobieństwa blokady wyznaczone za pomocą metody V4 zostały zestawione z wynikami otrzymanymi metodami symulacyjnymi.



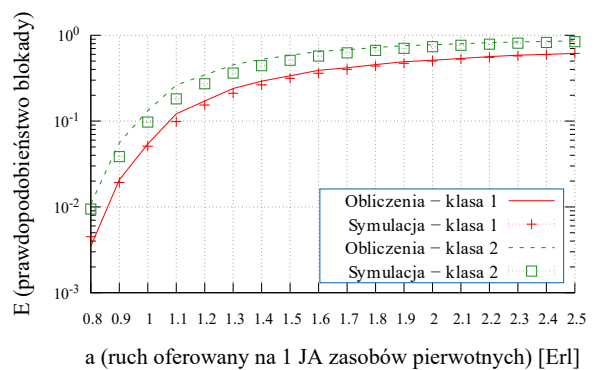
RYSUNEK 4.24: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



RYSUNEK 4.25: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.



RYSUNEK 4.26: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.



RYSUNEK 4.27: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V4, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

4.8 Metoda V5

Wyznaczanie pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych s_c realizowane jest zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego (metoda FPR–Dopasowanie–Y, rozdział 3.3.4.2) dla klas typu Erlanga oraz Engseta, a zgodnie z metodą metodą FPR–Aproksymacja–E–Erl opisaną w rozdziale 4.6 dla klas typu Pascala. Zastosowanie metody FPR–Aproksymacja–E–Erl prowadzi także do wyznaczenia ekwiwalentnego ruchu klas typu Pascala.

Zamiana fikcyjnych zasobów pierwotnych na ekwiwalentne fikcyjne zasoby pierwotne zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 3.3.5 (Metoda EFPR–mod–ERT) realizowana jest tylko dla klas typu Engseta, ponieważ pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga.

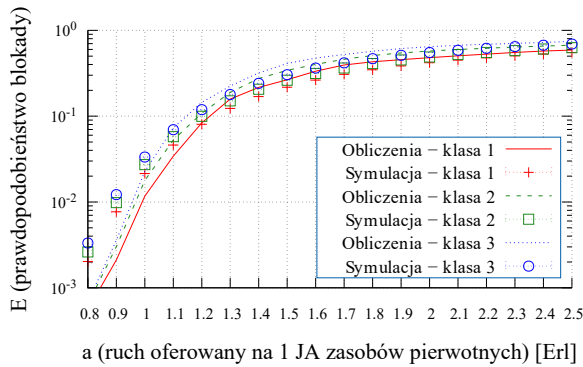
Formalnie działanie metody V5 można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda V5

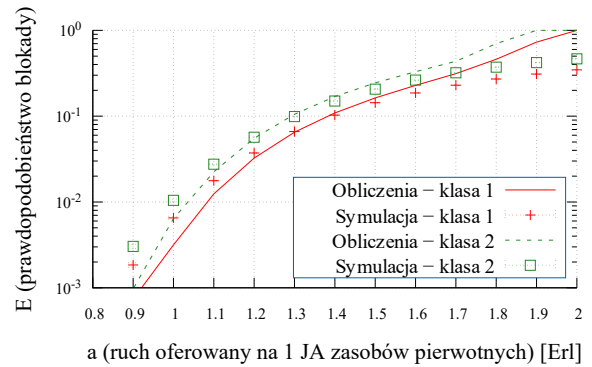
1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego (FPR–Dopasowanie–Y) przedstawioną w rozdziale 3.3.4.2 dla klas typu Erlanga oraz Engseta.
3. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych dla klas typu Pascala zgodnie z metodą aproksymacji strumieniami Poissona (FPR–Aproksymacja–E–Erl) przedstawioną w rozdziale 4.6.
4. Wyznaczenie ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych dla klas typu Engseta za pomocą metody EFPR–mod–ERT przedstawionej w rozdziale 3.3.5. Pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga, więc pojemność FPR oraz odpowiadającego mu EFPR są sobie równe.

5. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu wpływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (3.50)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (3.51)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks–Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

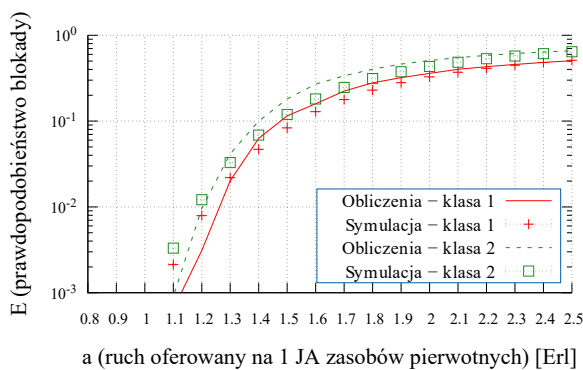
Rezultaty przeprowadzonych badań dla przykładowych systemów przelewowych (tabele 4.1 – 4.4) przedstawiono na rysunkach 4.28 – 4.31. Prawdopodobieństwa blokady wyznaczone za pomocą metody V5 zostały zestawione z wynikami otrzymanymi metodami symulacyjnymi.



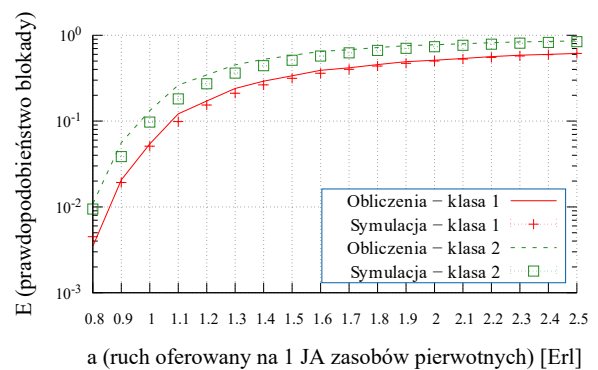
RYSUNEK 4.28: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



RYSUNEK 4.29: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.



RYSUNEK 4.30: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.



RYSUNEK 4.31: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V5, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

4.9 Metoda V6

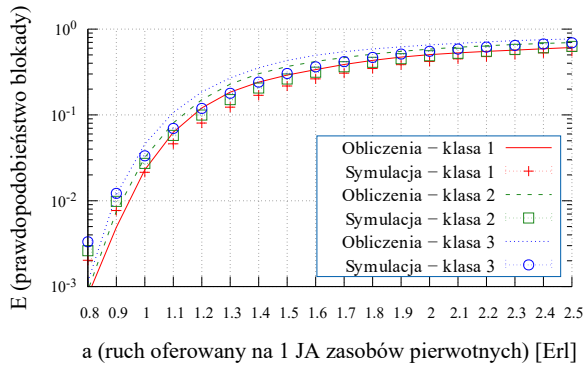
W metodzie V6 zamiana wielosługowego zasobu pierwotnego s na s_c fikcyjnych zasobów pierwotnych dla klas typu Engseta oraz Pascala realizowana jest z uwzględnieniem metody FPR–Aproksymacja–E–Erl (rozdział 4.6), a dla klas typu Erlanga zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP (metoda FPR–Dopasowanie-E-BPP, rozdział 3.3.4.3). Zastosowanie metody FPR–Aproksymacja–E–Erl prowadzi także do wyznaczenia ekwiwalentnego ruchu klas typu Engseta oraz Pascala, przez co wszystkie obsługiwane klasy można traktować na tym etapie jak ruch typu Erlanga. W związku z tym pojemność EFPR jest równa FPR dla każdej klasy c .

Formalnie działanie metody V6 można zapisać w postaci następujących kroków:

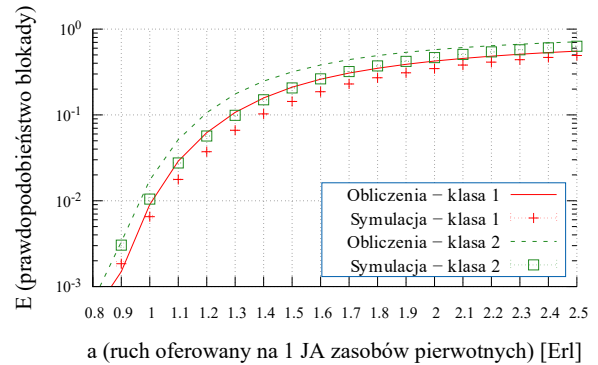
Metoda V6

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
 2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP przedstawioną w rozdziale 3.3.4.3 dla klas typu Erlanga.
 3. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych dla klas typu Engseta oraz Pascala zgodnie z metodą aproksymacji strumieniami Poissona (FPR–Aproksymacja–E–Erl) przedstawioną w rozdziale 4.6.
 4. Wyznaczenie ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych na tym etapie nie są już wymagane, ponieważ wszystkie klasy zostały zastąpione ekwiwalentnym ruchem typu Erlanga.
 5. Wyznaczanie wartości średniej R oraz wariancji σ^2 ruchu wpływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3, 3.4).
 6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (3.50)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (3.51)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks-Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.
-

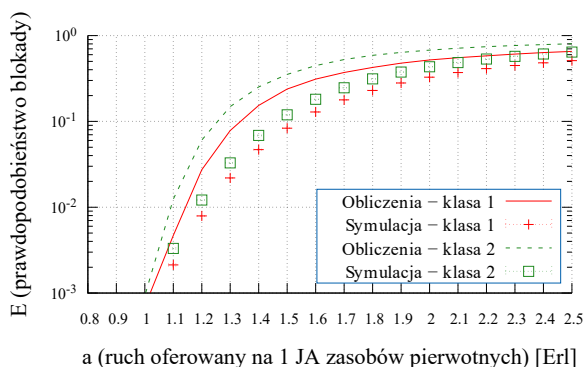
Rezultaty przeprowadzonych badań dla przykładowych systemów przelewowych (tabele 4.1 – 4.4) przedstawiono na rysunkach 4.32 – 4.35. Prawdopodobieństwa blokady wyznaczone za pomocą metody V6 zostały zestawione z wynikami otrzymanymi metodami symulacyjnymi.



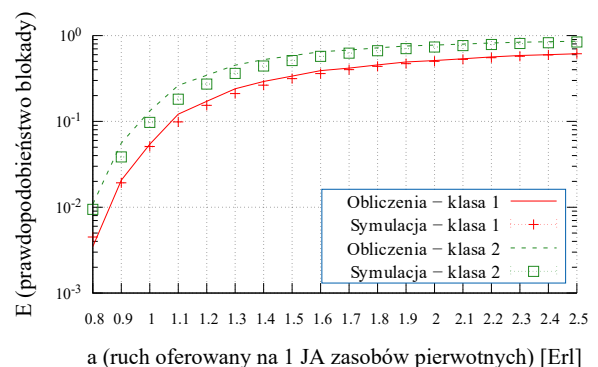
RYSUNEK 4.32: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



RYSUNEK 4.33: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.



RYSUNEK 4.34: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.



RYSUNEK 4.35: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V6, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

4.10 Metoda V7

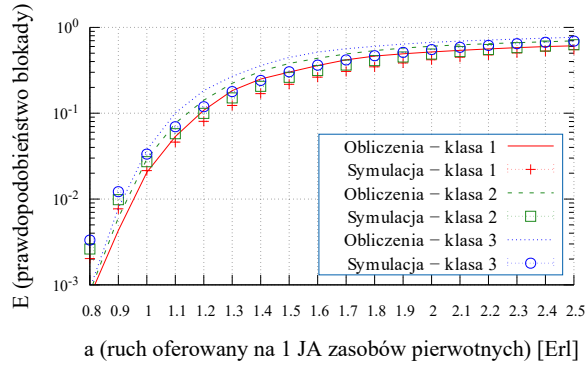
Wyznaczanie pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych s_c realizowane jest zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego (metoda FPR–Dopasowanie–Y, rozdział 3.3.4.2) dla klas typu Erlanga oraz zgodnie z metodą metodą FPR–Aproksymacja–E–Erl opisaną w rozdziale 4.6 dla klas typu Pascala oraz Engseta. Zastosowanie metody FPR–Aproksymacja–E–Erl prowadzi także do wyznaczenia ekwiwalentnego ruchu klas typu Engseta oraz Pascala, przez co wszystkie obsługiwane klasy można traktować na tym etapie jak ruch typu Erlanga. W związku z tym pojemność EFPR jest równa FPR dla każdej klasy c .

Formalnie działanie metody V7 można zapisać w postaci następujących kroków:

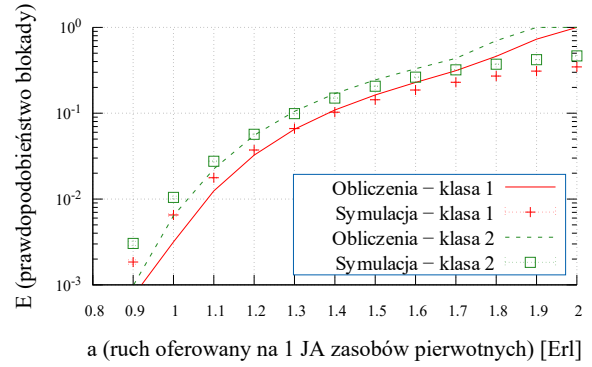
Metoda V7

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
 2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsługowanego (FPR–Dopasowanie–Y) przedstawioną w rozdziale 3.3.4.2 dla klas typu Erlanga.
 3. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych dla klas typu Engseta oraz Pascala zgodnie z metodą aproksymacji strumieniami Poissona (FPR–Aproksymacja–E–Erl) przedstawioną w rozdziale 4.6.
 4. Wyznaczenie ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych na tym etapie nie są już wymagane, ponieważ wszystkie klasy zostały zastąpione ekwiwalentnym ruchem typu Erlanga.
 5. Wyznaczanie wartości średniej R oraz wariancji σ^2 ruchu wpływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3, 3.4).
 6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (3.50)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (3.51)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks–Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.
-

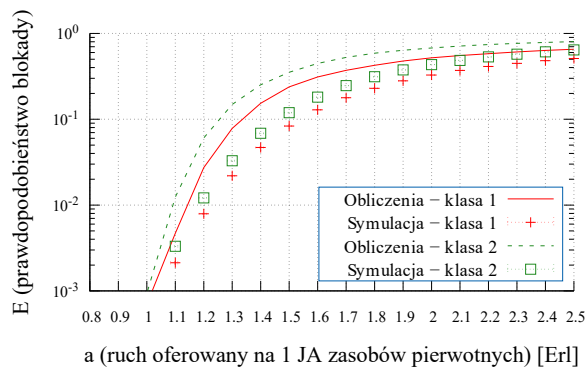
Rezultaty przeprowadzonych badań dla przykładowych systemów przelewowych (tabele 4.1 – 4.4) przedstawiono na rysunkach 4.36 – 4.39. Prawdopodobieństwa blokady wyznaczone za pomocą metody V7 zostały zestawione z wynikami otrzymanymi metodami symulacyjnymi.



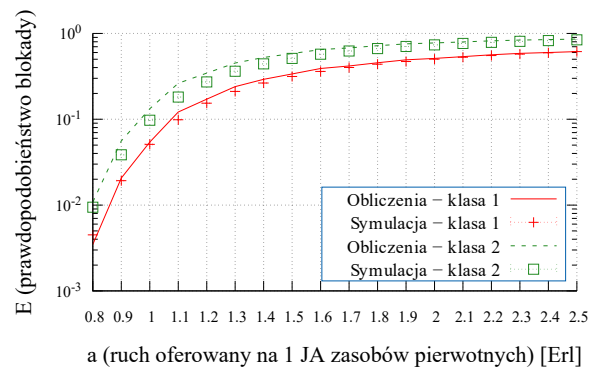
RYSUNEK 4.36: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



RYSUNEK 4.37: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.



RYSUNEK 4.38: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.

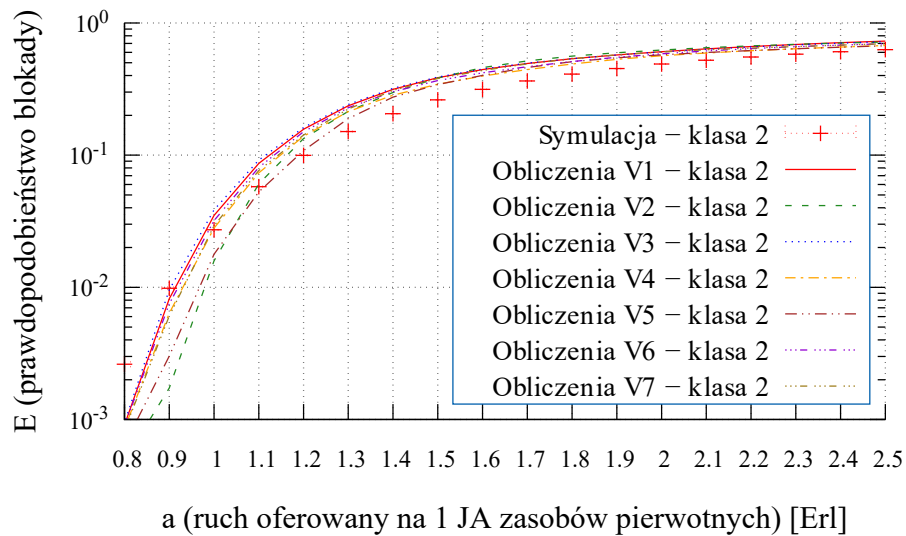


RYSUNEK 4.39: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, metoda V7, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

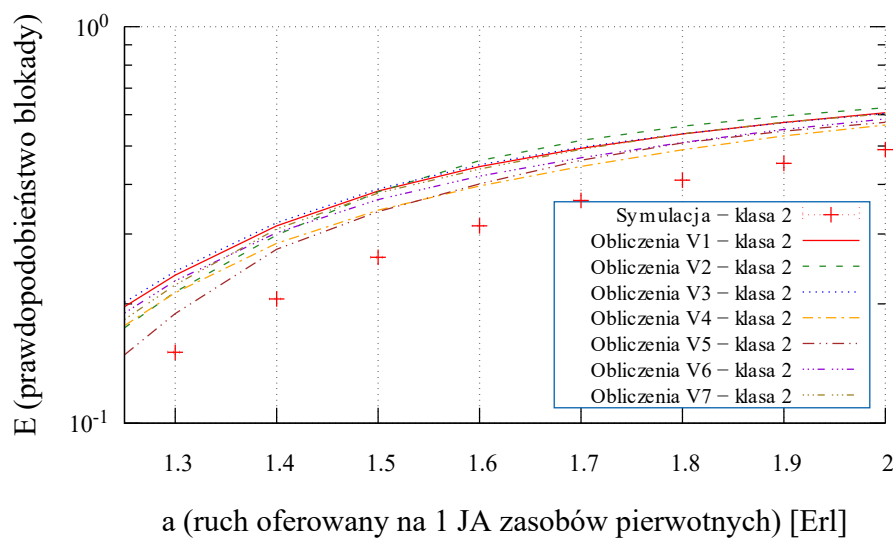
4.11 Porównanie metod

Metody V1 – V7, zaprezentowane w poprzednich rozdziałach, są metodami pozwalającymi na przybliżone określenie prawdopodobieństw blokady dla poszczególnych klas ruchu oferowanych zasobom wtórnym systemu przelewowego. Tabela 4.8 zawiera zestawienie cech charakterystycznych dla każdej z omawianych metod, co ułatwia ich bezpośrednie porównanie. W celu dokonania oceny dokładności omawianych metod oraz weryfikacji przyjętych w nich założeń, wartości prawdopodobieństw blokady uzyskane na drodze analitycznej porównane zostały z wynikami eksperymentów symulacyjnych. W poprzednich rozdziałach przedstawiono wyniki określające dokładność każdej z metod indywidualnie, poniżej w ramach podsumowania zaprezentowano zbiorcze porównanie wyznaczanych analitycznie wartości przez wszystkie metody dla systemów o parametrach opisanych w tabelach 4.1, 4.2, 4.3 oraz 4.4.

Na rysunku 4.40 przedstawiono prawdopodobieństwa blokady zasobów wtórnych wyznaczone za pomocą metod V1 – V7, a także metodami symulacyjnymi dla jednej z klas obsługiwanych w systemie nr 1 zdefiniowanym w tabeli 4.1. Powiększony fragment wykresu zaprezentowano na rysunku 4.41. W zależności od wartości średniej ruchu a oferowanego na jedną jednostkę zasobów pierwotnych najwyższą dokładność zapewniają metody V4 oraz V5. Pomimo widocznych różnic między metodami, jednoznaczny wybór najlepszej z nich nie jest możliwy dla tego systemu.

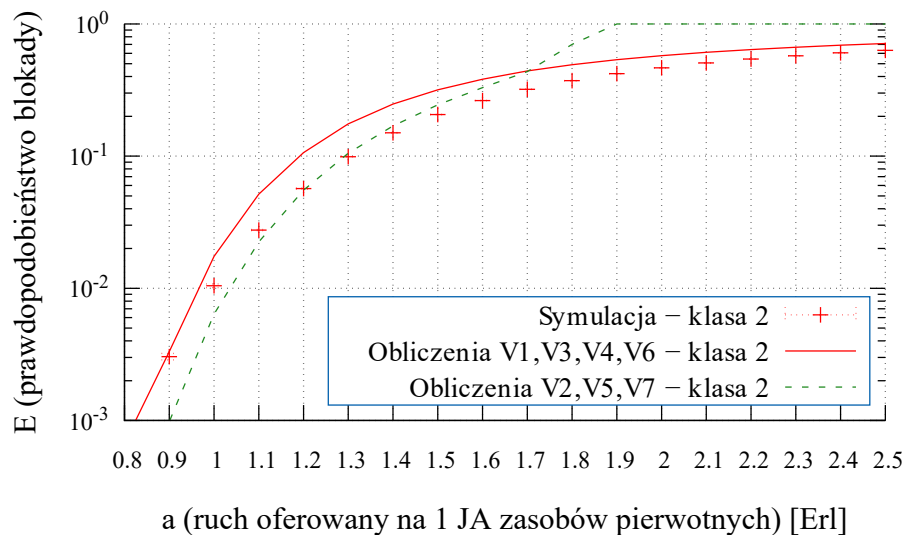


RYSUNEK 4.40: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.



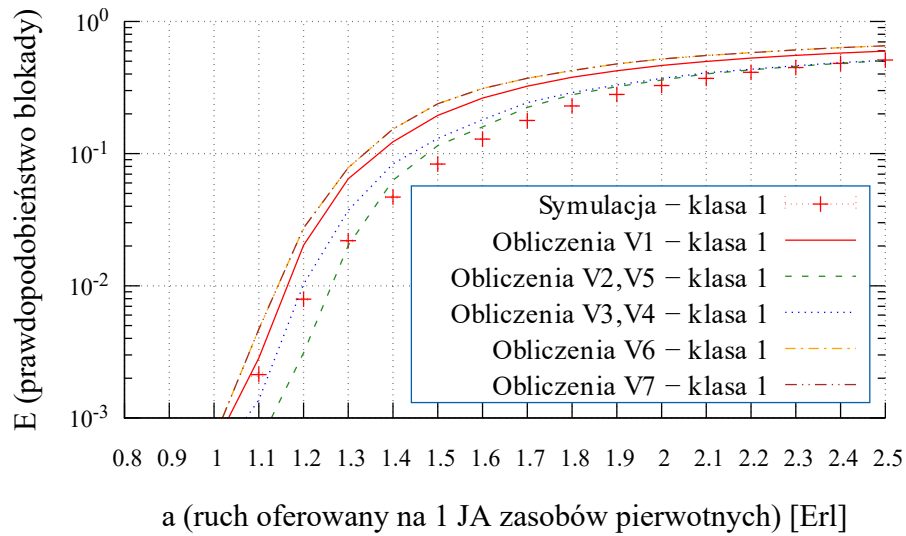
RYSUNEK 4.41: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 1, klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala.

Na rysunku 4.42 przedstawiono prawdopodobieństwa blokady klasy 2 występujące w systemie nr 2 zdefiniowanym w tabeli 4.2. Wszystkie obsługiwane klasy ruchu w tym systemie są typu Erlanga, stąd też omawiane metody można przypisać do jednej z zaledwie dwóch grup sposobu analitycznego wyznaczania wartości. Metody V2, V5, V7 oparte na wyznaczaniu pojemności fikcyjnych jako fragmentu niezajmowanej pojemności zasobu s , wykazują wysoką dokładność dla ograniczonych zakresów wartości oferowanego ruchu. Istnieją jednak zakresy, w których wartości przestają być prawidłowo obliczane, co na rysunku 4.42 widoczne jest dla $a > 1.7$ Erl. Takie zachowanie jest typowe dla modeli wielosługowych systemów przelewowych z wyznaczaniem FPR w oparciu o kryterium dopasowania ruchu obsłużonego. Dużą dokładność oraz stabilność poziomą błędów na wszystkich poziomach ruchu oferowanego wykazują metody V1, V3, V4, V6 oparte na wyznaczaniu pojemności fikcyjnych poprzez przyrównanie blokady do systemów jednosługowych.



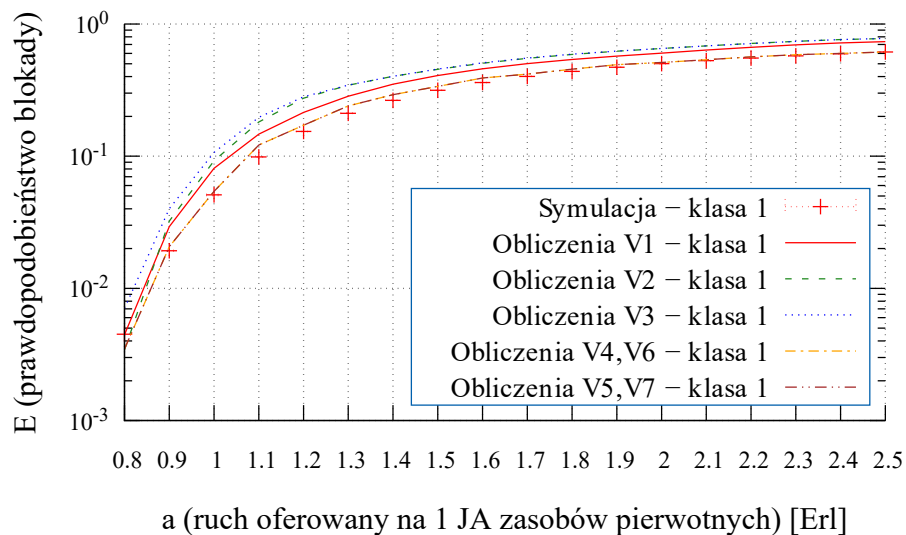
RYСУNEK 4.42: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 2, klasy ruchu typu Erlanga.

Rysunek 4.43 przedstawia prawdopodobieństwa blokady dla klasy 1 typu Engseta występujące w systemie nr 3 zdefiniowanym w tabeli 4.3. W przypadku obsługi klas typu Engseta metody V2 i V5, a także V3 i V4 są sobie równe, dlatego przedstawiono je wspólnie. Są to jednocześnie metody z wyznaczonymi wartościami najbliższymi tym otrzymanym podczas badań symulacyjnych. Metody V6 oraz V7 w przypadku systemu nr 3 także są identyczne, przez co ich wartości na wykresie pokrywają się, jednak należą do grupy metod wyznaczających pojemności fikcyjne w różny sposób, dlatego zostały zaprezentowane osobno.



RYSUNEK 4.43: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 3, klasy ruchu typu Engseta.

Prawdopodobieństwo blokady klasy 1 występujące w systemie nr 4 zdefiniowanym w tabeli 4.4 obsługującym wyłącznie klasy typu Pascala zostało przedstawione na rysunku 4.44. Największą dokładność zaobserwować można wśród metod uwzględniających model opisany w rozdziale 4.6. Są to metody V4 i V6 oraz V5 i V7, dla których w przypadku systemu nr 4 sposoby wyznaczania wartości prawdopodobieństwa blokady są identyczne.



RYSUNEK 4.44: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system nr 4, klasy ruchu typu Pascala.

Analiza przedstawionych na rysunkach 4.40 – 4.44 wyników pokazuje, że spośród zaproponowanych przez autora metod, metoda V4 wyróżnia się wysoką dokładnością oraz stabilnym poziomem błędów, niezależnie od parametrów systemu, typu obsługiwanych klas, czy też

wielkości ruchu oferowanego. Dzięki uniwersalności zastosowań oraz dokładności wyznaczanych wartości, jakimi cechuje się metoda V4, można uznać ją za najlepszą z zaprezentowanych w niniejszym rozdziale. W dalszej części rozprawy, metoda ta będzie stosowana jako podstawa wyznaczania prawdopodobieństwa blokady zasobu wtórnego w systemach przelewowych.

TABELA 4.8: Zestawienie różnic pomiędzy metodami dekompozycji zasobów pierwotnych

Metoda	Wyznaczenie FPR	Wyznaczenie EFPR
V1	Zamiana klas typu Engseta oraz Pascala na ekwiwalentne klasy typu Erlanga w oparciu o metodę EFPR–mod–ERT (rozdział 3.3.5). Wyznaczenie pojemności FPR zgodnie z metodą dopasowania blokady Erlanga (rozdział 3.3.4.1).	Klasy na tym etapie są w postaci ekwiwalentnych klas typu Erlanga, więc nie są wymagane dalsze operacje.
V2	Wyznaczenie pojemności FPR zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego (rozdział 3.3.4.2).	Klasy Engseta oraz Pascala zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR–mod–ERT (rozdział 3.3.5).
V3	Wyznaczenie pojemności FPR zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP (rozdział 3.3.4.3).	Klasy Engseta oraz Pascala zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR–mod–ERT (rozdział 3.3.5).
V4	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga oraz Engseta zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP (rozdział 3.3.4.3), a klas Pascala zgodnie z metodą FPR–Aproksymacja–E–Erl (rozdział 4.6). Pojemność zasobów obsługujących klasy typu Pascala wyznaczone są zgodnie z metodą opisaną w punkcie 4.6	Klasy Engseta zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR–mod–ERT (rozdział 3.3.5). Pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga.
V5	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga oraz Engseta zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego (rozdział 3.3.4.2), a klasy typu Pascala wyznaczone są zgodnie z metodą FPR–Aproksymacja–E–Erl (rozdział 4.6).	Klasy Engseta zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR–mod–ERT (rozdział 3.3.5). Pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga.
V6	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP (rozdział 3.3.4.3), a klas Engseta oraz Pascala zgodnie z metodą FPR–Aproksymacja–E–Erl (rozdział 4.6).	Klasy na tym etapie są w postaci ekwiwalentnych klas typu Erlanga, więc nie są wymagane dalsze operacje.
V7	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego (rozdział 3.3.4.2), a klasy typu Engseta oraz Pascala wyznaczone są zgodnie z metodą FPR–Aproksymacja–E–Erl (rozdział 4.6).	Klasy na tym etapie są w postaci ekwiwalentnych klas typu Erlanga, więc nie są wymagane dalsze operacje.

Rozdział 5

Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielousługowych systemach przelewowych z kompresją ruchu

Transmisja danych we współczesnych sieciach telekomunikacyjnych, w tym także mobilnych sieciach bezprzewodowych 4G oraz 5G, realizowana jest w postaci przesyłu wielousługowych strumieni pakietów. Optymalizacja wykorzystania zasobów sieciowych, przy jednoczesnej redukcji poziomu traconych pakietów, jest osiągnięta m.in. w wyniku stosowania wybranych mechanizmów kształtowania ruchu. Jednymi z najczęściej stosowanych mechanizmów tego typu w sieciach pakietowych, z punktu widzenia inżynierii ruchu, są mechanizmy bezprogowej i progowej kompresji ruchu. Korzystanie z nich pozwala na zwiększenie maksymalnej liczby jednocześnie obsługiwanych strumieni poprzez zmniejszanie ilości dostępnych jednostek alokacji (przepływności wyrażonych np. w bit/s) dla aktualnie obsługiwanych lub dopiero pojawiających się strumieni pakietów na wejściu zasobu. Czas obsługi takich strumieni (zgłoszeń), podczas zmniejszania ich przepływności w zasobie, może być proporcjonalnie wydłużany w przypadku ruchu elastycznego [110] lub pozostawać niezmienny w przypadku ruchu adaptacyjnego [122].

Ruch elastyczny stosowany jest zazwyczaj w przypadku usług czasu rzeczywistego, dla których istotne jest przesłanie wszystkich danych, dlatego zmniejszenie przepływności powoduje wydłużenie czasu obsługi. Jest to charakterystyczne dla usług wykorzystujących protokół TCP (ang. Transmission Control Protocol). Ruch adaptacyjny jest stosowany zazwyczaj

dla usług czasu rzeczywistego z wykorzystaniem protokołu UDP (ang. User Datagram Protocol), gdzie czas dostarczenia pakietów jest bardzo istotny. Transmisja pozwala na zmniejszenie przepływności dla nowych zgłoszeń bez wydłużenia czasu ich obsługi. Obsługa redukcji transmitowanych danych przez źródło może być realizowana w warstwach wyższych z wykorzystaniem np. protokołów RTP (ang. Real Time Protocol) oraz RTSP (ang. Real Time Streaming Protocol).

Działanie mechanizmów kompresji, zarówno progowej, jak i bezprogowej, uzależnione jest od aktualnego stanu obciążenia zasobu. Mechanizmy kompresji bezprogowej w momencie pojawienia się zgłoszenia na wejściu zasobu, którego stan zajętości nie pozwala na jego obsługę, zmniejszają przepływność wszystkich obsługiwanych aktualnie zgłoszeń. Zwolnione w ten sposób jednostki alokacji zasobu pozwalają na obsługę nowego zgłoszenia, które przyjmowane jest także w skompresowanej formie. Zakończenie obsługi dowolnego zgłoszenia powoduje ponowne przeliczenie stopnia kompresji wszystkich aktualnie obsługiwanych zgłoszeń w zasobie. Mechanizmy kompresji progowej, z pomocą funkcji sterującej przyjmowaniem zgłoszeń (ang. Call Admission Control, CAC), redukują przepływność zgłoszeń poszczególnych klas na etapie ich przyjmowania. Poziom redukcji zależy od aktualnego stanu zajętości systemu oraz konfiguracji progów dla danej klasy. Przyjęta wartość przepływności ustalana jest jednorazowo i nie ulega zmianie w trakcie obsługi.

Model bezprogowej kompresji dla pełnodostępnych zasobów wielousługowych (ang. full availability resources, FAR) z ruchem elastycznym został zaproponowany w pracy [130]. W pracy tej rozważano skończoną kompresję, definiując pewien graniczny poziom zmniejszania przepływności dla obsługiwanych zgłoszeń. Następnie model ten uogólniono w pracy [10] dla nieograniczonej kompresji bezprogowej. Przyjęcie tego założenia sprawiło, że blokada systemu nigdy nie wystąpi, ponieważ przepływności mogą być zmniejszane niemal do zera wraz ze wzrostem obciążenia systemu. W pracy [111] rozważano także skończoną kompresję bezprogową ruchu elastycznego i adaptacyjnego.

Model uwzględniający kompresję progową wielousługowego ruchu elastycznego, obsługiwanego w pełnodostępnych zasobach FAR z wykorzystaniem jednego progu (ang. Single Threshold Model, STM), został zaproponowany w [79] oraz [76] i dotyczył ruchu typu Erlanga. Model ten uzupełniono następnie o klasy typu Engseta w pracy [130]. Systemy z wieloma progami (ang. Multi Threshold Model, MTM) rozważano dla ruchu elastycznego typu Erlanga w [98] oraz typu Engseta w [99]. Modele uwzględniające ruch elastyczny oraz adaptacyjny

klas typu Erlanga, Engseta, Pascala w systemach z wieloma progami zostały opisane w pracach [44, 137]. Kompresja progowa została także uzupełniona o mechanizm histerezy [127], zgodnie z którym progi zmiany przepływności zależą nie tylko od stanu zajętości systemu, ale także od tego czy obciążenie systemu wzrasta czy maleje. Wykorzystanie tzw. podwójnej histerezy z obsługą ruchu typu Erlanga, Engseta i Pascala opisano w [128].

W ramach prac prowadzonych nad doktoratem po raz pierwszy opracowane zostały modele systemów przelewowych, w których zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych obsługiwany ruch podlega mechanizmom kompresji. Badania opisane w niniejszym rozdziale zostały przedstawione przez autora w publikacjach [35, 37, 46, 47]. W pracy [47] przedstawiony został model systemu przelewowego obsługującego ruch elastyczny typu Erlanga ze skończoną kompresją bezprogową. Obsługa ruchu pochodzącego od klas ze skończoną liczbą źródeł ruchu wprowadzona została w publikacji [37]. Modele systemów przelewowych z progową kompresją ruchu, zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych, opracowano w [46]. Zestawienie opracowanych modeli systemów przelewowych obsługujących kompresję ruchu przedstawiono w pracy [35].

5.1 Kompresja bezprogowa

5.1.1 Wprowadzenie

Wielosługowe systemy przelewowe, obsługujące ruch elastyczny z kompresją bezprogową, wykorzystywane są w transmisji ruchu wrażliwego na straty i niewrażliwego na opóźnienia przesyłu pakietów danych. Schemat blokowy omawianego systemu, opartego na zasobach pełnodostępnych, został przedstawiony bliżej na rysunku 5.1.

Każdy z s zasobów pierwotnych obsługuje zgłoszenia oferowane przez m klas złożonych z m_{Er} klas typu Erlanga, m_{En} klas typu Engseta oraz m_{Pa} klas typu Pascala ($m = m_{Er} + m_{En} + m_{Pa}$). Zasoby pierwotne przyjmują oferowane zgłoszenie zawsze, gdy stan zajętości danego zasobu pozwala na jego obsługę w całości. Brak wystarczającej liczby dostępnych jednostek alokacji uruchamia mechanizm kompresji [130]. Wielkości przydzielonych zasobów przeznaczonych na obsługę zgłoszeń są zmniejszane, przy jednoczesnym wydłużaniu czasu obsługi, do poziomu pozwalającego przyjąć nowe, także skompresowane zgłoszenie. Wszystkie zgłoszenia kompresowane są w tym samym stopniu. Poziom kompresji jest równy dla wszystkich zgłoszeń oraz podlega ponownemu przeliczeniu wraz z każdym przyjęciem lub zakończeniem

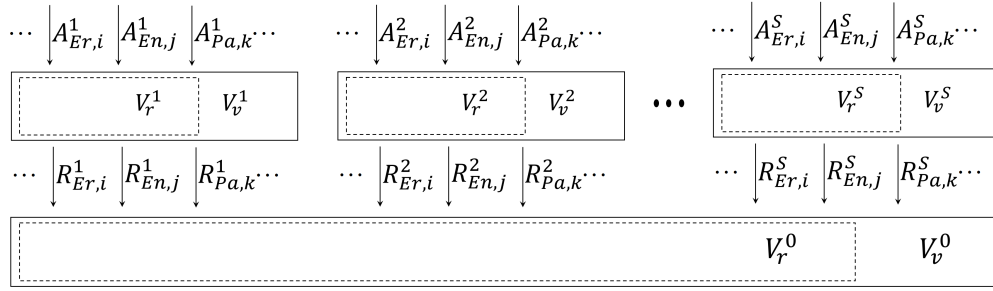
obsługi zgłoszenia, w przypadku gdy łączna wartość nieskompresowanych żądań przekracza rzeczywistą liczbę dostępnych zasobów. Maksymalny poziom kompresji określa granicę redukcji przepływności występującą w danym zasobie. Pozwala to ustalić poziom obciążenia zasobu, dla którego przepływności obsługiwanych zgłoszeń nie są już zmniejszane, a nowe nie są przyjmowane przez dany zasób. Następuje wtedy przelew nowych zgłoszeń w nieskompresowanej postaci na zasoby wtórne. Zasoby wtórne także posiadają możliwość stosowania kompresji bezprogowej ruchu elastycznego, co zostało opisane przez autora niniejszej rozprawy w pracach [35, 37, 47]. Dopiero przekroczenie maksymalnego stopnia skończonej kompresji w zasobach wtórnych prowadzi do utraty zgłoszenia.

Kompresja bezprogowa wymaga zmiany wielkości przydzielanych zasobów wszystkich zgłoszeń zawsze, gdy suma nieskompresowanych żądań obsługiwanych zgłoszeń przekracza poziom dostępnych jednostek alokacji zasobu. Podczas modelowania takiego zasobu istnieje możliwość odwrócenia tej sytuacji i zamiast zmniejszania żądań każdego z obsługiwanych i przyjmowanych zgłoszeń, zwiększa się pojemność zasobu o dodatkowe wirtualne jednostki alokacji. Prezentacja modelu w taki sposób ułatwia zobrazowanie jego działania, a także pozwala na wygodniejsze obliczenia w metodach analitycznych. Pierwotną pojemność zasobu określa się jako pojemność rzeczywistą V_r^s dla zasobu s , a pojemność powiększoną o wirtualne jednostki alokacji V_w^s określa się jako pojemność wirtualną V_v^s zasobu ($V_v^s = V_r^s + V_w^s$).

Granica skończonej kompresji bezprogowej jest zależna od ustalonej wartości V_v^s i można ją określić jako stosunek $\frac{V_v^s}{V_r^s}$. Jest to wartość określająca możliwy stopień zmniejszenia wielkości przydzielanych zasobów obsługiwanym zgłoszeniom. Pojemność wirtualna zawiera pojemność rzeczywistą, dlatego zawsze będzie od niej większa lub równa $V_v^s \geq V_r^s$. Kompresja występuje w stanach n zajętości zasobu przekraczających poziom rzeczywistej pojemności $V_r^s < n \leq V_v^s$. Konieczne jest wtedy także przeliczenie pozostałego czasu obsługi zgodnie z poziomem aktualnej kompresji $\frac{n}{V_v^s}$. Przelewy nowych zgłoszeń realizowane są, gdy poziom dostępnych wolnych zasobów wirtualnych nie jest już wystarczający, by przyjąć je w całości. Stosowanie kompresji wydłuża czas obsługi zgłoszeń, ale pozwala na zrealizowanie ich w pełni przy jednoczesnym zmniejszeniu strat systemu.

5.1.2 Model systemu

W niniejszym punkcie opisany został zastosowany przez autora model wielousługowego systemu przelewowego obsługującego ruch elastyczny z kompresją bezprogową zarówno



RYSUNEK 5.1: Schemat wielosługowego systemu przelewowego obsługującego ruch elastyczny z kompresją bezprogową

w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych. Zasoby pierwotne obsługują ruch oferowany typu Erlanga-Engseta-Pascala zgodnie z opisem znajdującym się w rozdziale 2.3. Zatem uwzględniając założenia metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3), rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów można wyznaczyć na podstawie odpowiednio zmodyfikowanego wzoru (2.29) w postaci ogólnej:

$$[P_n]_{V_v^s} = \frac{1}{\min(n, V_r^s)} \sum_{c=1}^m A_{X,c}^s (n - t_{X,c}^s) t_{X,c}^s [P_{n-t_{X,c}^s}]_{V_v^s}. \quad (5.1)$$

Modyfikacje te (wzór (5.1)) uwzględniają „zwiększenie” pojemności zasobu do wartości wirtualnej V_v^s oraz wydłużanie czasu obsługi przez wprowadzenie funkcji $\min(n, V_r^s)$. Ostatecznie, uwzględniając definicje średnich wartości natężenia ruchu dla każdego typu klas, otrzymujemy:

$$[P_n]_{V_v^s} = \frac{1}{\min(n, V_r^s)} \left(\sum_{i=1}^{m_{Er}} A_{Er,i}^s t_{Er,i}^s [P_{n-t_{Er,i}^s}]_{V_v^s} + \sum_{j=1}^{m_{En}} N_{En,j}^s \alpha_{En,j}^s \sigma_{En,j}^s (n - t_{En,j}^s) t_{En,j}^s [P_{n-t_{En,j}^s}]_{V_v^s} + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k}^s \sigma_{Pa,k}^s (n - t_{Pa,k}^s) t_{Pa,k}^s [P_{n-t_{Pa,k}^s}]_{V_v^s} \right), \quad (5.2)$$

gdzie:

- $[P_n]_{V_v^s}$ – prawdopodobieństwo znalezienia się systemu w stanie n zajętości; suma prawdopodobieństw znalezienia się w każdym ze stanów zasobu wynosi 1:

$$\sum_{n=0}^{V_v^s} [P_n]_{V_v^s} = 1, \quad (5.3)$$

- V_v^s – pojemność wirtualna zasobu s ,

- $t_{Er,i}^s, t_{En,j}^s, t_{Pa,k}^s$ – żądania klasy i typu Erlanga, klasy j typu Engseta, klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,
- $N_{En,j}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy j typu Engseta oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $S_{Pa,k}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy k typu Pascala oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $\alpha_{En,j}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta oferowanego,
- $\beta_{Pa,k}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala oferowanego,
- $\sigma_{En,j}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy j typu Engseta oferowanych zasobowi pierwotnemu s ,
- $\sigma_{Pa,k}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy k typu Pascala oferowanych zasobowi pierwotnemu s .

Wprowadzenie pojemności wirtualnej V_v^s , jako zastępczej pojemności zasobu s z kompresją bezprogową, skutkuje koniecznością stosowania tej wartości na wszystkich dalszych etapach tworzenia modelu analitycznego rozważanego systemu. Zatem wzór (2.38), umożliwiający określenie prawdopodobieństwa blokady klasy c , której zgłoszenia oferowane są na zasób s obsługujący ruch elastyczny, przyjmie następującą postać:

$$E_{X,c}^s = \sum_{n=V_v^s - t_{X,c} + 1}^{V_v^s} [P_n]_{V_v^s}. \quad (5.4)$$

W rozważanym modelu systemu z przelewem ruchu przyjęto, że kompresja bezprogowa będzie stosowana także w zasobach wtórnych, na etapie obsługi zgłoszeń przelewanych z zasobów pierwotnych. Założono także, że parametry ruchu przelewowego, takie jak wartość średnia $R_{X,c}^s$ oraz wariancja $(\sigma^2)_{X,c}^s$, wyznaczone będą za pomocą metody V4 (rozdział 4.7), a rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów oraz prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych zgodnie z metodą opisaną w rozdziale 3.4. Po uwzględnieniu modyfikacji pojemności i czasu obsługi dla ruchu elastycznego, wzór (3.50) określający rozkład zajętości

w zasobach wtórnych można zapisać w postaci:

$$[P_n]_{\frac{v_0}{Z_0}} = \frac{1}{\min(n, \frac{v_0}{Z_0})} \sum_{c=1}^m \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c} [P_{n-t_{X,c}}]_{\frac{v_0}{Z_0}}, \quad (5.5)$$

natomiast prawdopodobieństwo blokady dla zgłoszeń klasy c w zasobach wtórnych można określić na podstawie zmodyfikowanego wzoru (3.51):

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{v_0}{Z_0}-t_{X,c}+1}^{\frac{v_0}{Z_0}} [P_n]_{\frac{v_0}{Z_0}}, \quad (5.6)$$

gdzie:

- $R_{X,c}$ – średnie natężenie ruchu klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającego na zasoby wtórne,
- $R_{X,c}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającego z zasobów pierwotnych s ,
- $(\sigma^2)_{X,c}$ – wariancja średniego natężenia ruchu klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającego na zasoby wtórne,
- $(\sigma^2)_{X,c}^s$ – wariancja średniego natężenia ruchu klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającego z zasobów pierwotnych s ,
- $Z_{X,c}$ – indywidualny współczynnik degeneracji dla zgłoszeń klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływających na zasoby wtórne,
- Z_0 – zbiorczy współczynnik degeneracji dla zgłoszeń wszystkich klas spływających na zasób wtórny,
- m – liczba klas oferowanych zasobowi wtórnemu,
- $t_{X,c}$ – żądania klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$), wyrażone w JA.

Formalnie działanie metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych z bezprogową kompresją ruchu elastycznego można zapisać

w postaci następujących kroków:

Metoda Multi-FH-BE

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP – przy uwzględnieniu rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobów określonego wzorem (5.2) – dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s (rozdział 2.3).
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą V4 przedstawioną w rozdziale 4.7.
3. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu wpływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
4. Wyznaczenie indywidualnego współczynnika degeneracji $Z_{X,c}$ dla każdej z klas ruchu – wzór (3.48).
5. Wyznaczenie zbiorczego współczynnika degeneracji Z_0 dla wszystkich klas ruchu – wzór (3.49).
6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (5.5)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (5.6)) na podstawie metody EFPR-Multi-Fredericks-Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

5.1.3 Weryfikacja dokładności modelu

Dokładność przedstawionego w pracy analitycznego modelu systemu przelewowego z obsługą wielosługowego ruchu elastycznego przez pełnodostępne zasoby pierwotne i wtórne została zweryfikowana w wyniku porównania rezultatów analitycznych z wynikami eksperymentów symulacyjnych. W pracy rezultaty badań przedstawiono dla wybranych 4 systemów.

Pierwszy z nich, oznaczony jako 1_{BE} , składa się tylko z jednego zasobu pełnodostępnego. System ten obsługuje klasy typu Erlanga-Engseta-Pascala, realizując kompresję bezprogową z ruchem elastycznym. Parametry systemu, takie jak pojemności rzeczywiste oraz wirtualne, a także parametry oferowanych klas ruchu, przedstawiono w tabeli 5.1. Rezultaty symulacji

oraz obliczeń prawdopodobieństwa blokady poszczególnych klas ruchu można zaobserwować na rysunku 5.2. Uzyskane rezultaty dla tego systemu (bez zasobów wtórnych) pozwalają ocenić wpływ mechanizmu przelewu ruchu na dokładność modeli z ruchem elastycznym.

Systemy przelewowe, w których kompresję bezprogową stosowano zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych, przedstawiono w tabeli 5.2 dla systemu 2_{BE} z jednym zasobem pierwotnym oraz w tabeli 5.3 dla systemu 3_{BE} z dwoma zasobami pierwotnymi. Prawdopodobieństwa blokady wybranych klas ruchu przedstawiono odpowiednio dla systemu 2_{BE} na rysunku 5.3 oraz dla systemu 3_{BE} na rysunku 5.4. System przelewowy 4_{BE} , w którym kompresja ruchu stosowana była jedynie w zasobach wtórnych, przedstawiono w tabeli 5.4, a występujące w nim blokady na rysunku 5.5.

Prezentowane wyniki eksperymentów symulacyjnych uzyskano w wyniku pięciu serii symulacji, po 1000000 zgłoszeń każda, dla wartości natężenia ruchu oferowanego pojedynczej jednostce alokacji zasobu pierwotnego z zakresu 0,5 – 2,5 Erlanga z uwzględnieniem przedziałów z 95-procentowym poziomem ufności wyznaczonych według rozkładu t - Studenta.

Wyniki przeprowadzonych badań zaprezentowane na rysunkach 5.2–5.5 potwierdzają wysoką dokładność metody zaproponowanej przez autora rozprawy, niezależnie od oferowanych klas ruchu, a także struktury i pojemności zasobów badanego systemu. Poprawność otrzymywanych wyników zaobserwować można zarówno dla systemów zbudowanych z jednego zasobu (rysunek 5.2), jak i systemów przelewowych, gdzie występują dodatkowe aproksymacje wynikające ze stosowania mechanizmów kompresji na dowolnych zasobach systemu oraz metod pozwalających na określenie parametrów ruchu przelewowego i prawdopodobieństwa blokady (rysunki 5.3–5.5).

TABELA 5.1: Wielosługowy system nr 1_{BE}

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 1_{BE}	$V_r^1 = 60 \text{ JA}$ $V_v^1 = 120 \text{ JA}$	$t_{Er,1} = 5 \text{ JA}$	
		$t_{En,2} = 4 \text{ JA}$	$N_{En,2} = 80$
		$t_{Pa,3} = 6 \text{ JA}$	$S_{Pa,3} = 50$

TABELA 5.2: Wielosługowy system przelewowy nr 2_{BE}

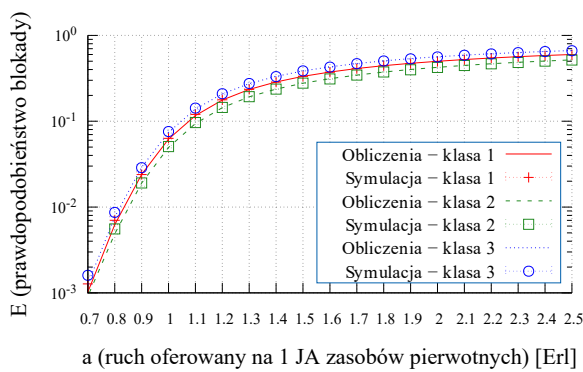
System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 2_{BE}	$V_r^1 = 100 \text{ JA}$ $V_v^1 = 120 \text{ JA}$	$t_{Er,1} = 5 \text{ JA}$	
		$t_{En,2} = 4 \text{ JA}$	$N_{En,2} = 80$
		$t_{Pa,3} = 6 \text{ JA}$	$S_{Pa,3} = 50$
	$V_r^0 = 50 \text{ JA}, V_v^0 = 70 \text{ JA}$		

TABELA 5.3: Wielosługowy system przelewowy nr 3_{BE}

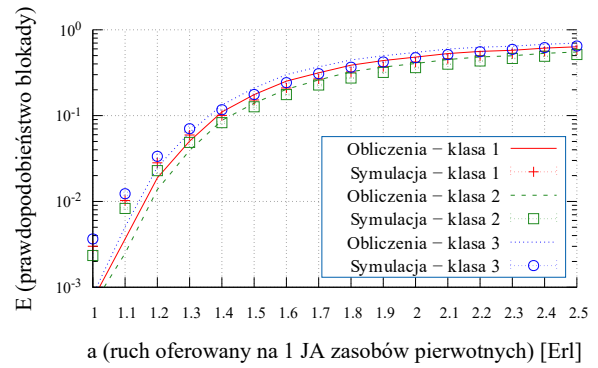
System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 3 _{BE}	$V_r^1 = 50$ JA	$t_{Er,1} = 4$ JA	
	$V_v^1 = 90$ JA	$t_{En,2} = 5$ JA	$N_{En,2} = 70$
		$t_{Pa,3} = 3$ JA	$S_{Pa,3} = 40$
	$V_r^2 = 110$ JA	$t_{Er,4} = 3$ JA	
	$V_v^2 = 150$ JA	$t_{Pa,5} = 5$ JA	$S_{Pa,5} = 80$
		$t_{Er,6} = 6$ JA	
	$V_r^0 = 50$ JA, $V_v^0 = 70$ JA		

TABELA 5.4: Wielosługowy system przelewowy nr 4_{BE}

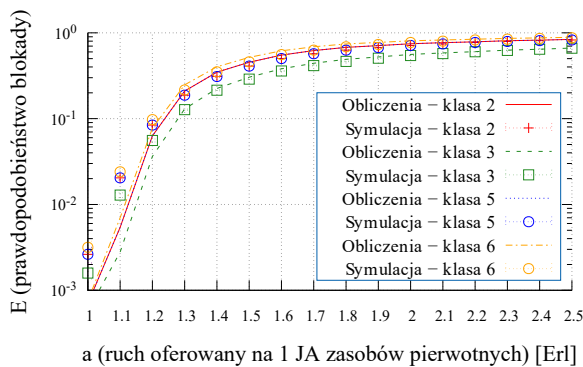
System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 4 _{BE}	$V_r^1 = 50$ JA	$t_{Er,1} = 4$ JA	
	$V_v^1 = 50$ JA	$t_{En,2} = 5$ JA	$N_{En,2} = 70$
		$t_{Pa,3} = 3$ JA	$S_{Pa,3} = 40$
	$V_r^2 = 110$ JA	$t_{Er,4} = 3$ JA	
	$V_v^2 = 110$ JA	$t_{Pa,5} = 5$ JA	$S_{Pa,5} = 80$
		$t_{Er,6} = 6$ JA	
	$V_r^0 = 50$ JA, $V_v^0 = 110$ JA		



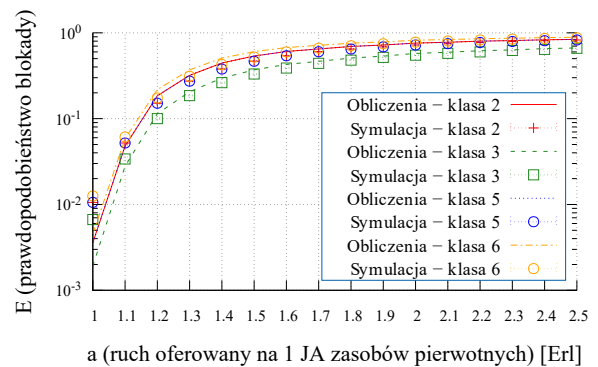
RYSUNEK 5.2: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w systemie elastycznym nr 1_{BE}.



RYSUNEK 5.3: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{BE} z obsługą ruchu elastycznego.



RYSUNEK 5.4: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{BE} z obsługą ruchu elastycznego.



RYSUNEK 5.5: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{BE} z obsługą ruchu elastycznego.

5.1.4 Badanie efektywności kompresji bezprogowej

Wysoka dokładność analitycznych modeli systemów z przelewem ruchu i kompresją bezprogową pozwala na uwzględnienie wpływu kompresji na etapie wymiarowania sieci telekomunikacyjnych. W celu bardziej szczegółowej oceny efektywności stosowania kompresji bezprogowej, przeprowadzono badania wpływu stopnia kompresji (wielkości zasobów wirtualnych) oraz miejsca jej stosowania (zasoby pierwotnie i/lub wtórne). Uzyskane rezultaty badań przedstawiono dla dwóch przykładowych systemów. Parametry systemów przedstawiono w tabeli 5.5 dla systemu oznaczonego 5_{BE} oraz w tabeli 5.6 dla systemu oznaczonego 6_{BE} .

Podczas eksperymentów symulacyjnych zwiększano stopień możliwej kompresji, zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych, zwiększając odpowiednio liczbę jednostek alokacji zasobów wirtualnych V_w^s do wartości 20, 40, 60 oraz 80 JA. Dane zestawiono także z systemami, w których nie zastosowano kompresji. Systemy, w których dodane zostały wirtualne JA oznaczono nazwami $5_{BE, V_w^1, V_w^0}$ oraz $6_{BE, V_w^1, V_w^2, V_w^0}$, uwzględniającymi w indeksie dolnym ich wartości w zasobach pierwotnych oraz wtórnych. Przykładowe oznaczenia dla systemu nr 5_{BE} znajdują się w tabeli 5.7, a dla systemu nr 6_{BE} w tabeli 5.8.

TABELA 5.5: Wielosługowy system przelewowy nr 5_{BE}

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $5_{BE, V_w^1, V_w^0}$	$V_r^1 = 100$ JA V_w^1	$t_{Er,1} = 5$ JA	
		$t_{En,2} = 4$ JA	$N_{En,2} = 80$
		$t_{Pa,3} = 6$ JA	$S_{Pa,3} = 50$
	$V_r^0 = 50$ JA, V_w^0		

TABELA 5.6: Wielosługowy system przelewowy nr 6_{BE}

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $6_{BE, V_w^1, V_w^2, V_w^0}$	$V_r^1 = 50$ JA V_w^1	$t_{Er,1} = 4$ JA	
		$t_{En,2} = 5$ JA	$N_{En,2} = 70$
		$t_{Pa,3} = 3$ JA	$S_{Pa,3} = 40$
	$V_r^2 = 110$ JA V_w^2	$t_{Er,4} = 3$ JA	
		$t_{Pa,5} = 5$ JA	$S_{Pa,5} = 80$
		$t_{Er,6} = 6$ JA	
$V_r^0 = 50$ JA, V_w^0			

Na rysunkach 5.6–5.14 przedstawiono wpływ zwiększania stopnia kompresji (wzrostu pojemności wirtualnych) na zmniejszenie prawdopodobieństwa blokady dla zgłoszeń oferowanych systemom przelewowym obsługującym ruch elastyczny z kompresją bezprogową.

TABELA 5.7: Oznaczenia systemu nr 5_{BE} po uwzględnieniu wirtualnych jednostek alokacji V_w^s

System	Zasób 1	Zasób 0
$5_{BE,20,0}$	$V_w^1 = 20 \text{ JA}$	$V_w^0 = 0 \text{ JA}$
$5_{BE,0,20}$	$V_w^1 = 0 \text{ JA}$	$V_w^0 = 20 \text{ JA}$
$5_{BE,20,20}$	$V_w^1 = 20 \text{ JA}$	$V_w^0 = 20 \text{ JA}$
$5_{BE,40,0}$	$V_w^1 = 40 \text{ JA}$	$V_w^0 = 0 \text{ JA}$
$5_{BE,80,80}$	$V_w^1 = 80 \text{ JA}$	$V_w^0 = 80 \text{ JA}$

TABELA 5.8: Oznaczenia systemu nr 6_{BE} po uwzględnieniu wirtualnych jednostek alokacji V_w^s

System	Zasób 1	Zasób 2	Zasób 0
$6_{BE,0,0,20}$	$V_w^1 = 0 \text{ JA}$	$V_w^2 = 0 \text{ JA}$	$V_w^0 = 20 \text{ JA}$
$6_{BE,40,0,0}$	$V_w^1 = 40 \text{ JA}$	$V_w^2 = 0 \text{ JA}$	$V_w^0 = 0 \text{ JA}$
$6_{BE,60,60,0}$	$V_w^1 = 60 \text{ JA}$	$V_w^2 = 60 \text{ JA}$	$V_w^0 = 0 \text{ JA}$

Zmiany przedstawiono w formie procentowych różnic w stosunku do systemu o takich samych parametrach, jednak bez wprowadzonych pojemności wirtualnych. Poziom zmniejszenia blokady na poziomie 100% występuje dla zakresu ruchu powodującego niewielkie obciążenie systemu, przy którym wprowadzenie dodatkowych pojemności wirtualnych pozwala na całkowite wyeliminowanie zjawiska blokady systemu. Pozytywny wpływ na poziom blokady oferowanych zgłoszeń, po zastosowaniu kompresji, zaobserwować można niezależnie od parametrów systemu przelewowego, a także stopnia kompresji oraz miejsca, w którym została zastosowana. Wraz ze wzrostem natężenia ruchu oferowanego systemowi, procentowy zysk wynikający z zastosowania pojemności wirtualnych maleje. Kompresja ruchu elastycznego wydłuża bowiem czas obsługi zgłoszeń, przez co pozwala na wykorzystanie wolnych jednostek alokacji w kolejnych przedziałach czasowych, w których zasób nie jest w pełni obciążony. Zysk ten jednak maleje wraz ze wzrostem natężenia ruchu, ponieważ zasoby są wtedy w coraz większym stopniu obciążone obsługą zgłoszeń, co prowadzi do zmniejszenia się liczby wolnych jednostek alokacji w czasie pracy systemu.

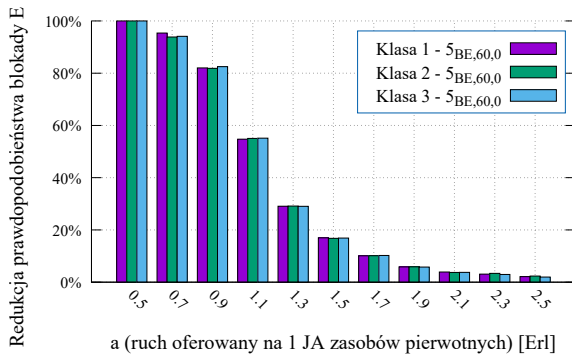
Redukcję prawdopodobieństwa blokady zgłoszeń wszystkich klas zaprezentowano na rysunku 5.6 dla systemu nr 5_{BE} oraz na rysunkach 5.7, 5.8 dla systemu nr 6_{BE} , przy różnych stopniach kompresji w wybranych zasobach systemu. W systemie $6_{BE,40,0,0}$ (rysunek 5.8) tylko klasy ruchu 1–3 podlegają kompresji bezprogowej na jednym z zasobów pierwotnych, natomiast w systemie $6_{BE,0,0,20}$ (rysunek 5.7) wszystkie klasy kompresowane są na zasobie wtórnym, a w systemie $5_{BE,60,0}$ (rysunek 5.6) wszystkie klasy obsługiwane w systemie podlegają kompresji bezprogowej na jedynym z zasobów pierwotnych. Przy zadanej średniej wartości

ruchu oferowanego na 1 JA zasobów pierwotnych, kompresja wpływa w zbliżonym stopniu na zmniejszenie prawdopodobieństw blokady, występujących na zasobach wtórnych dla zgłoszeń każdej z klas systemu, także tych, które nie były poddawane kompresji. Jest to niezależne od wyboru zasobu systemu przelewowego, w którym zastosowano pojemności wirtualne. W wyniku poczynionej obserwacji, w dalszej części tego rozdziału wyniki będą prezentowane na rysunkach tylko dla pojedynczej klasy zgłoszeń. Zabieg ten zwiększy czytelność prezentowanych wyników, a jednocześnie nie wpłynie na wnioski.

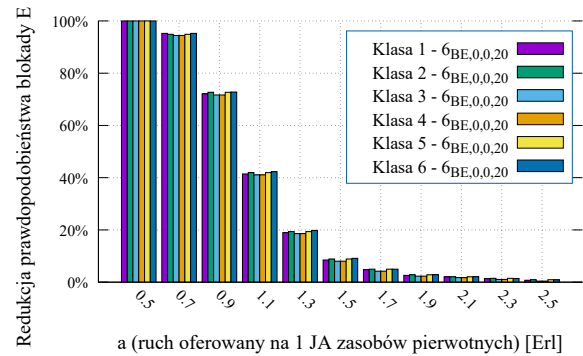
Na rysunkach 5.9–5.12 zaprezentowano porównanie systemów, w których wprowadzono wirtualne jednostki alokacji oddzielnie dla każdego z zasobów, a także systemów z wirtualnymi JA na wszystkich zasobach jednocześnie. Rysunek 5.9 przedstawia porównanie redukcji prawdopodobieństwa blokady dla klasy 1 w systemie nr 5_{BE} po zastosowaniu 20 wirtualnych JA. Dla systemu nr 6_{BE} redukcję prawdopodobieństwa blokady przedstawiono odpowiednio na rysunku 5.10 dla klasy 4 z zastosowaniem 40 wirtualnych JA, na rysunku 5.11 dla klasy 6 z zastosowaniem 60 wirtualnych JA, natomiast na rysunku 5.12 dla klasy 2 z zastosowaniem 80 wirtualnych jednostek alokacji.

Przedstawione rezultaty wskazują, że zastosowanie kompresji na wszystkich zasobach jednocześnie pozwala uzyskać największą redukcję blokady zgłoszeń, ponieważ w takim przypadku każdy z zasobów w dłuższych okresach pracuje z pełnym obciążeniem. Niezależnie od badanego systemu, jeżeli kompresja stosowana była tylko na jednym z zasobów, przy takich samych wartościach wirtualnych jednostek alokacji, większe korzyści można zaobserwować po wprowadzeniu ich na zasobach wtórnych niż na którymkolwiek z zasobów pierwotnych. Zasoby wtórne obsługują ruch wszystkich oferowanych klas systemowi, dlatego najlepiej mogą poradzić sobie z tymczasowymi wzrostami liczby zgłoszeń dla pojedynczych klas. Można to zaobserwować na rysunku 5.13, w którym zestawiono systemy z taką samą liczbą wirtualnych jednostek alokacji. W pierwszym badaniu 40 JA zostało rozdzielone na dwa zasoby pierwotne, a w drugim całość przydzielono zasobom wtórnym. Taki sam eksperyment, dla łącznej wartości wirtualnych jednostek alokacji wynoszących 80, przedstawiono na rysunku 5.14. Na obu wykresach słupkowych widoczna jest początkowo większa redukcja prawdopodobieństwa blokady dla systemów, w których wirtualne jednostki alokacji zostały zastosowane na zasobach wtórnych. Tendencja ta utrzymuje się, aż do poziomu obciążenia systemu, w którym wirtualne JA na zasobie wtórnym wykorzystują jego zasoby w takim stopniu, że istotniejsze

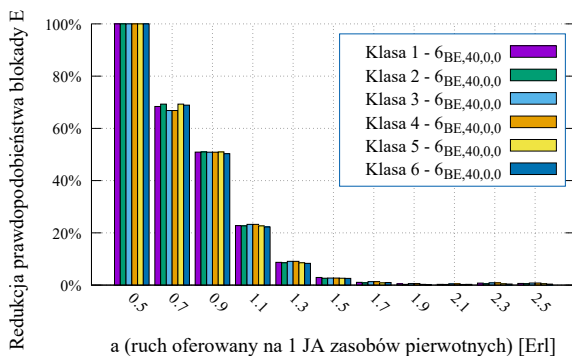
staje się wykorzystanie każdego z zasobów pierwotnych systemu, co można zrealizować poprzez wprowadzenie na nie wirtualnych JA.



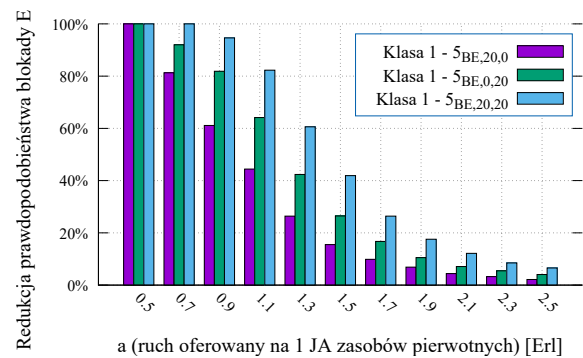
RYSUNEK 5.6: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 5BE



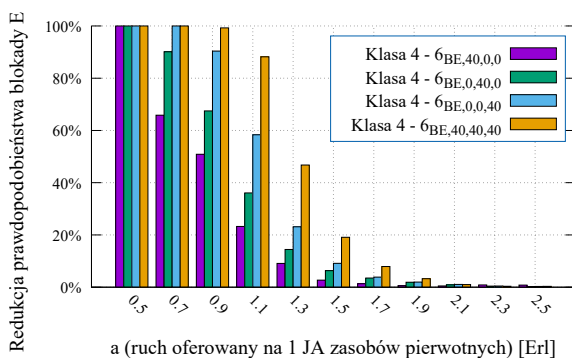
RYSUNEK 5.7: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6BE



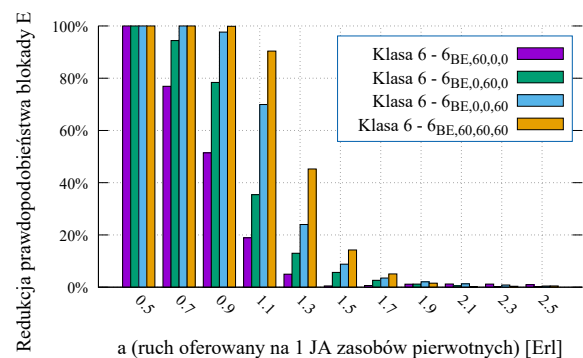
RYSUNEK 5.8: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6BE



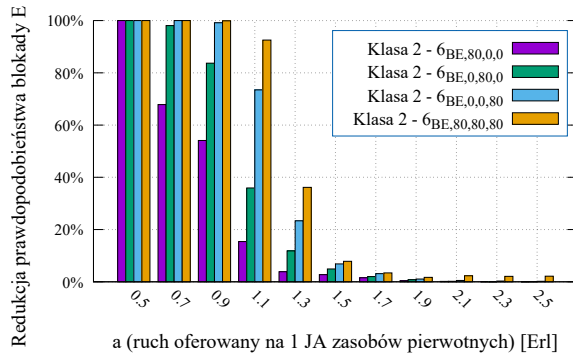
RYSUNEK 5.9: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 5BE



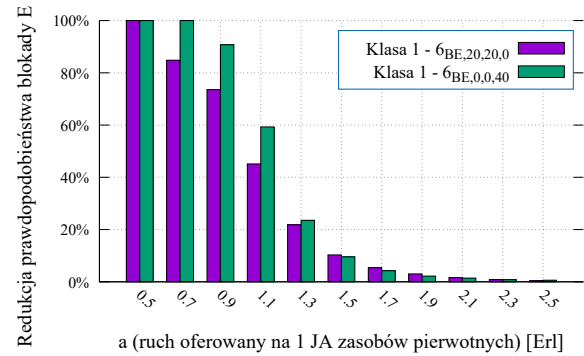
RYSUNEK 5.10: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6BE



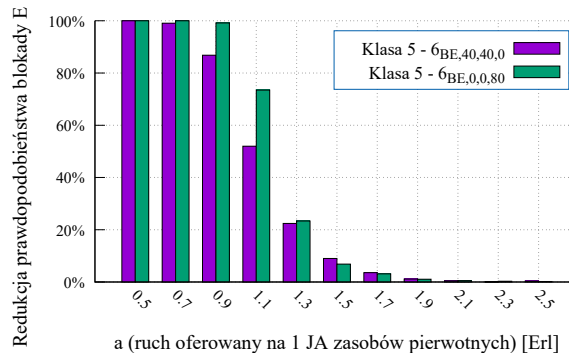
RYSUNEK 5.11: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6BE



RYSUNEK 5.12: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6BE



RYSUNEK 5.13: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6BE



RYSUNEK 5.14: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobach wtórnych po wdrożeniu kompresji, w stosunku do systemu bez ruchu elastycznego nr 6BE

5.2 Kompresja progowa

5.2.1 Wprowadzenie

Rozważmy teraz model wielosługowego systemu przelewowego z kompresją progową. Załóżmy, tak jak w przypadku modelowania systemów z kompresją bezprogową, że systemowi oferowane są zgłoszenia m klas ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala. Zgłoszenia te obsługiwane są przez S zasobów pierwotnych i jeden zasób wtórny.

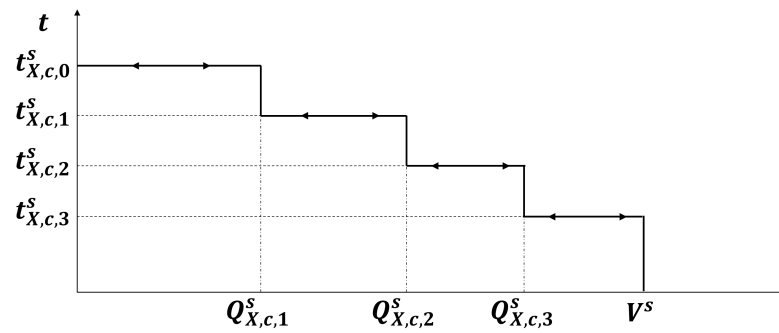
W przypadku kompresji progowej, parametry zgłoszeń klas ruchu, poddawanych tej kompresji, ulegają zmianie w zależności od obciążenia zasobu w momencie przyjmowania tych zgłoszeń do obsługi. Stany zajętości zasobu, w których następuje taka zmiana, nazywane są

progami i ustalane są oddzielnie dla każdej z m klas obsługiwanych w danym zasobie s . W każdym z zasobów progi dla danej klasy c ($c \in M$) ustalane są indywidualnie. Przypadająca na klasę c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) liczba progów q_c występująca w zasobie s może zostać zapisana w postaci listy $\{Q_{X,c,1}^s, Q_{X,c,2}^s, \dots, Q_{X,c,q_c}^s\}$, gdzie $Q_{X,c,1}^s \leq Q_{X,c,2}^s \leq \dots \leq Q_{X,c,q_c}^s$. W zależności od stanu zajętości n , zasób s można podzielić na obszary, definiowane niezależnie dla każdej klasy c . Obszar przedprogowy występuje, gdy stan zajętości zasobu n jest mniejszy lub równy wartości pierwszego progów ($0 \leq n \leq Q_{X,c,1}^s$), obszar poprogowy q obowiązuje dla stanów zajętości z zakresu ($Q_{X,c,q}^s < n \leq Q_{X,c,q+1}^s$), a ostatni obszar poprogowy q_c dla ($Q_{X,c,q_c}^s < n \leq V^s$). Dla uproszczenia zapisu, pierwszy stan zajętości zasobu n , dla którego obowiązuje obszar progowy q zostanie oznaczony jako $Q_{X,c,q}^{sF}$, a ostatni stan zajętości jako $Q_{X,c,q}^{sL}$, gdzie $q \in \langle 0, q_c \rangle$ dla klasy c , a wartość $q = 0$ oznacza obszar przedprogowy. Pozwala to na opis zakresu każdego z obszarów q w stałej postaci ($Q_{X,c,q}^{sF} \leq n \leq Q_{X,c,q}^{sL}$), gdzie:

- $Q_{X,c,0}^{sF}$ dla obszaru przedprogowego wynosi 0,
- dla obszaru poprogowego q wartość $Q_{X,c,q}^{sF}$ jest równa $Q_{X,c,q}^s + 1$,
- dla ostatniego obszaru poprogowego q_c Q_{X,c,q_c}^{sL} wynosi V^s .

Każdy obszar, ze względu na zmianę liczby przydzielanych jednostek alokacji zasobu do obsługi zgłoszeń, charakteryzuje się własnym zbiorem parametrów $\{t_{X,c,q}^s, \mu_{X,c,q}^s\}$. Zwiększenie obciążenia zasobu s , wraz z przekraczaniem kolejnych progowych poziomów zajętości systemu $Q_{X,c,q}^s$ powoduje zmniejszanie liczby żądanych jednostek alokacji $t_{X,c,q}^s$ do obsługi nowych zgłoszeń klasy c . Skutkuje to wydłużaniem czasu obsługi w przypadku ruchu elastycznego lub brakiem zmiany czasu obsługi w przypadku ruchu adaptacyjnego. Można zatem zależność pomiędzy parametrami kolejnych progów zapisać jako $t_{X,c,0}^s > t_{X,c,1}^s > \dots > t_{X,c,q}^s > \dots > t_{X,c,q_c}^s$ oraz $\frac{1}{\mu_{X,c,0}^s} \leq \frac{1}{\mu_{X,c,1}^s} \leq \dots \leq \frac{1}{\mu_{X,c,q}^s} \leq \frac{1}{\mu_{X,c,q_c}^s}$. Omawiane zmiany wielkości przydzielanych JA w zależności od poziomu zajętości zasobów przedstawiono na rysunku 5.15.

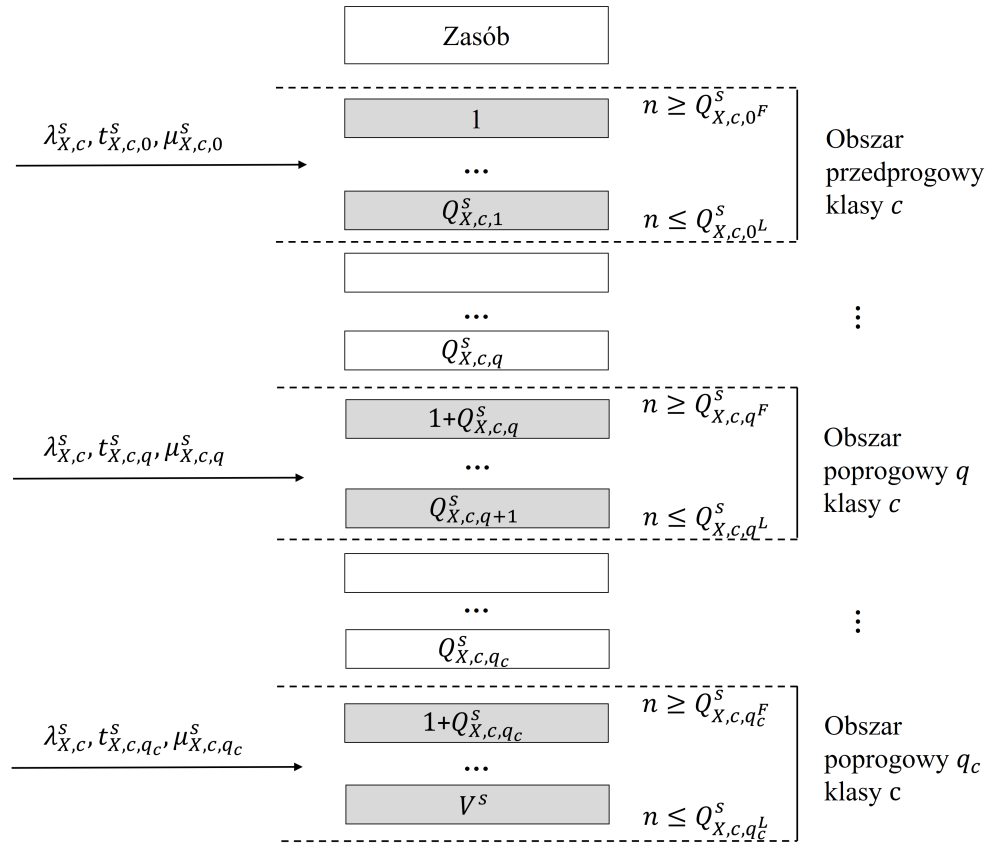
Zmniejszanie wielkości przydzielanych zasobów za pomocą mechanizmów kompresji progowej umożliwia obsługę większej liczby zgłoszeń. Parametry przypisywane są każdemu zgłoszeniu oddzielnie, w trakcie przyjmowania go do obsługi realizowanej w zasobie s oraz nie ulegają zmianom, niezależnie od zmian stanu zajętości zasobu. Liczba progów definiowana jest dla każdej klasy ruchu niezależnie od pozostałych, dlatego model uwzględnia systemy, w których może występować jednoczesna obsługa klas poddawanych oraz niepoddawanych kompresji progowej.



RYSUNEK 5.15: Zmiany wielkości żądań jednej z klas c zasobu s z obsługą kompresji progowej, $q_c = 3$

Zgłoszenia, pochodzące od m klas ruchu, oferowane są pełnodostępnym wielosługowym zasobom pierwotnym, na których obsługa następuje zawsze, gdy dostępna liczba wolnych jednostek alokacji jest wystarczająca, by przyjąć zgłoszenie w całości. Jeżeli zasób s znajduje się w obszarze przedprogowym, tzn. poziom zajętości n jest mniejszy lub równy poziomowi pierwszego progu $Q_{X,c,1}^s$, każdemu zgłoszeniu klasy c ($c \in M$) przydzielane jest $t_{X,c,0}^s$ jednostek alokacji, a ich średni czas obsługi wynosi $\frac{1}{\mu_{X,c,0}^s}$. Wzrost obciążenia systemu przekraczający próg $Q_{X,c,1}^s$ powoduje zmianę trybu pracy na pierwszy obszar poprogowy oraz zmniejszenie przydzielanych jednostek alokacji nowym zgłoszeniom klasy c do wartości $t_{X,c,1}^s$, przy ewentualnej zmianie czasu obsługi do wartości $\frac{1}{\mu_{X,c,1}^s}$ dla klas ruchu elastycznego. Ostatni obszar poprogowy q_c przydziela najmniej jednostek alokacji nowym zgłoszeniom i dopiero, gdy poziom dostępnych jednostek alokacji jest niewystarczający do obsługi, zgłoszenie przelewane jest na zasób wtórny w nieskompresowanej formie.

Zasób wtórny posiada indywidualnie ustalony własny zestaw progów dla każdej z klas, przez co, podobnie jak w zasobach pierwotnych, zgłoszeniom przydzielane są różne liczby jednostek alokacji w zależności od zajętości zasobu wtórnego. Jeżeli zarówno zasób pierwotny, jak i wtórny, w momencie pojawienia się zgłoszenia na wejściu systemu, nie posiada wystarczającej liczby wolnych jednostek alokacji do jego obsługi, to takie zgłoszenie jest tracone. Pojedynczy zasób obsługujący ruch z kompresją progową z uwzględnieniem podziału na obszary progowe przedstawiony został na rysunku 5.16.



RYSUNEK 5.16: Schemat zasobu pełnodostępnego z mechanizmami progowymi

5.2.2 Model systemu

Rozważmy model systemu przelewowego z progową kompresją ruchu, zastosowaną zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych (model ten po raz pierwszy opublikowany został w pracy [46] autora niniejszej rozprawy). Załóżmy, że systemowi oferowany jest ruch typu Erlanga, Engseta i Pascala (rozdział 2.3). Zauważmy, że w przypadku systemów progowych, parametry opisujące strumień ruchu oferowanego poszczególnych typów i klas zmieniają się w poszczególnych obszarach. Zmianie może ulegać m.in. średni czas obsługi zgłoszeń ruchu elastycznego $\frac{1}{\mu_{X,c,q}^s}$, w zależności od zajętości zasobu w momencie przyjmowania do obsługi takich zgłoszeń. Zmiana wartości tego parametru wpływa na wartość natężenia ruchu oferowanego $A_{X,c,q}^s$, uzależniając je od obszaru progowego $q \in (0, q_c)$. Intensywność zgłoszeń wyrażana jako średnia liczba zgłoszeń w jednostce czasu $\lambda_{Er,c}^s$ dla klas typu Erlanga oraz intensywność zgłoszeń generowana przez jedno wolne źródło $\gamma_{X,c}^s$ dla klas typu Engseta oraz Pascala pozostają niezmiennie, niezależnie od obszaru progowego q . Na podstawie wzoru (2.6),

natężenie ruchu klas typu Erlanga w systemach z kompresją progową można opisać wzorem:

$$A_{Er,i,q}^s = \frac{\lambda_{Er,i}^s}{\mu_{Er,i,q}^s}. \quad (5.7)$$

W przypadku ruchu Enseta i Pascala, na podstawie wzorów (2.10) oraz (2.17), średnie natężenie ruchu w stanie n zajętości zasobu można zapisać jako :

$$\text{dla klas typu Engseta: } A_{En,j,q}^s(n) = \left(N_{En,j}^s - i_{En,j,q}^s(n) \right) \alpha_{En,j,q}^s, \quad (5.8)$$

$$\text{dla klas typu Pascala: } A_{Pa,k,q}^s(n) = \left(S_{Pa,k}^s + i_{Pa,k,q}^s(n) \right) \beta_{Pa,k,q}^s, \quad (5.9)$$

gdzie:

- $A_{X,c,q}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanego zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q ,
- $\alpha_{En,j,q}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego na zasób s w obszarze progowym q przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta, wyrażane jako: $\alpha_{En,j,q}^s = \frac{\gamma_{En,j}^s}{\mu_{En,j,q}^s}$,
- $\beta_{Pa,k,q}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego na zasób s w obszarze progowym q przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala, wyrażane jako: $\beta_{Pa,k,q}^s = \frac{\gamma_{Pa,k}^s}{\mu_{Pa,k,q}^s}$,
- $N_{En,j}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy j typu Engseta oferujących zgłoszenia na zasób s ,
- $S_{Pa,k}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy k typu Pascala oferujących zgłoszenia na zasób s ,
- $i_{X,c,q}^s(n)$ – liczba zajętych źródeł ruchu klasy c typu X ($X \in \{En, Pa\}$) w stanie n zasobu s w obszarze progowym q . Wyznaczana oddzielnie dla każdego obszaru progowego q za pomocą metody MIM-NSD-BPP opisanej w rozdziale 2.3.

Dla klas ruchu adaptacyjnego nie występuje wydłużenie czasu obsługi wraz ze zmniejszaniem wielkości przydzielanych zasobów, przez co średnia intensywność obsługi $\mu_{X,c,q}^s$, a tym samym średnie natężenia ruchu $A_{Er,i,q}^s$, $\alpha_{En,j,q}^s$, $\beta_{Pa,k,q}^s$ klas i, j, k są identyczne w każdym z obszarów progowych q :

$$\forall 0 \leq q \leq q_c \quad \mu_{X,c,q}^s = \mu_{X,c}^s, \quad A_{Er,i,q}^s = A_{Er,i}^s, \quad \alpha_{En,j,q}^s = \alpha_{En,j}^s, \quad \beta_{Pa,k,q}^s = \beta_{Pa,k}^s. \quad (5.10)$$

Zgodnie z rozważaniami przedstawionymi w [46], rozkład zajętości zasobów pierwotnych można wyznaczyć na podstawie modyfikacji uogólnionego wzoru rozkładu Kaufmana-Roberts'a (2.29). Podczas wyznaczania prawdopodobieństwa wystąpienia stanu zajętości na poziomie n jednostek alokacji badanego zasobu, istotne jest uwzględnienie procesu obsługi zgłoszeń wszystkich klas, przyjmowanych we wszystkich obszarach, skutkujących wystąpieniem stanu n . W tym celu wprowadzono dodatkową sumę po wszystkich q_c obszarach progowych wraz z warunkowym współczynnikiem przejścia $\delta_{X,c,q}^s(n)$, określającym część strumienia ruchu właściwą dla poszczególnych obszarów:

$$n[P_n]_{V^s} = \sum_{c=1}^m \sum_{q=0}^{q_c} A_{X,c,q}^s(n - t_{X,c,q}^s) t_{X,c,q}^s \delta_{X,c,q}^s(n - t_{X,c,q}^s) [P_{n-t_{X,c,q}^s}]_{V^s}, \quad (5.11)$$

gdzie:

$$\delta_{X,c,q}^s(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } Q_{X,c,q}^s \leq n \leq Q_{X,c,q}^L, \\ 0 & \text{dla pozostałych } n. \end{cases} \quad (5.12)$$

Ze względu na zastosowane we wzorze (5.11) odwołanie do niższego stanu zajętości $(n - t_{X,c,q}^s)$, wartość parametru określonego jako $\delta_{X,c,q}^s(n)$ jest równa jedności tylko w tych stanach n , w których dla klasy c przydzielane jest $t_{X,c,q}^s$ jednostek alokacji do obsługi zgłoszenia. Wystąpienie stanu zajętości n jednostek alokacji zasobu może nastąpić po przyjęciu do obsługi zgłoszenia $t_{X,c,q}^s$, a także po przyjęciu zgłoszenia pochodzącego z poprzedniego obszaru progowego, żądającego większej liczby jednostek alokacji $t_{X,c,q-1}^s$. Zastosowana suma dla wszystkich obszarów progowych pozwala uwzględnić także takie zdarzenia.

Wprowadzenie zależności opisanych wzorami (5.7), (5.8), (5.9) dla wartości natężenia ruchu klas typu Erlanga-Engseta-Pascala pozwala rozkład zajętości z wzoru (5.11) zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} n[P_n]_{V^s} = & \sum_{i=1}^{m_{Er}} \sum_{q=0}^{q_i} A_{Er,i,q}^s t_{Er,i,q}^s \delta_{Er,i,q}^s(n - t_{Er,i,q}^s) [P_{n-t_{Er,i,q}^s}]_{V^s} \\ & + \sum_{j=1}^{m_{En}} \sum_{q=0}^{q_j} N_{En,j}^s \alpha_{En,j,q}^s \sigma_{En,j,q}^s(n - t_{En,j,q}^s) t_{En,j,q}^s \delta_{En,j,q}^s(n - t_{En,j,q}^s) [P_{n-t_{En,j,q}^s}]_{V^s} \\ & + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} \sum_{q=0}^{q_k} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k,q}^s \sigma_{Pa,k,q}^s(n - t_{Pa,k,q}^s) t_{Pa,k,q}^s \delta_{Pa,k,q}^s(n - t_{Pa,k,q}^s) [P_{n-t_{Pa,k,q}^s}]_{V^s}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

gdzie:

- $t_{X,c,q}^s$ – żądania klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q – wielkość przydzielanych zasobów,
- $\sigma_{X,c,q}^s(n)$ – warunkowy współczynnik przejścia dla stanu n , określony dla klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q .

W przypadku, gdy w klasach poddawanych kompresji progowej występuje jedynie ruch adaptacyjny, to zgodnie z zależnościami (5.10) parametry $\mu_{X,c}^s$, $A_{Er,i}^s$, $\alpha_{En,j}^s$ oraz $\beta_{Pa,k}^s$ nie zależą od progów q , więc wzór (5.13) można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned}
 n[P_n]_{V^s} = & \sum_{i=1}^{m_{Er}} \sum_{q=0}^{q_i} A_{Er,i}^s t_{Er,i,q}^s \delta_{Er,i,q}^s (n - t_{Er,i,q}^s) [P_{n-t_{Er,i,q}^s}]_{V^s} \\
 & + \sum_{j=1}^{m_{En}} \sum_{q=0}^{q_j} N_{En,j}^s \alpha_{En,j}^s \sigma_{En,j,q}^s (n - t_{En,j,q}^s) t_{En,j,q}^s \delta_{En,j,q}^s (n - t_{En,j,q}^s) [P_{n-t_{En,j,q}^s}]_{V^s} \\
 & + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} \sum_{q=0}^{q_k} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k}^s \sigma_{Pa,k,q}^s (n - t_{Pa,k,q}^s) t_{Pa,k,q}^s \delta_{Pa,k,q}^s (n - t_{Pa,k,q}^s) [P_{n-t_{Pa,k,q}^s}]_{V^s}. \quad (5.14)
 \end{aligned}$$

Klasy ruchu, które nie są poddawane kompresji, ze względu na brak progów, traktowane są jak klasy z obszarem przedprogowym $q = 0$ we wszystkich stanach zajętości zasobu. Żądania takiej klasy $t_{X,c,q}^s$ nie podlegają zmianom, a warunkowy współczynnik przejścia $\delta_{X,c,q}^s$ zawsze wynosi 1. Jeżeli żadna z klas obsługiwanych przez zasób nie podlega kompresji progowej, to wzory (5.13) oraz (5.14) sprowadzają się do rekurencji opisanej wzorem (2.29).

Ze względu na występowanie progów, definiujących różne wartości żądań dla nowych zgłoszeń oferowanych zasobowi, prawdopodobieństwo blokady danego zasobu jest sumą prawdopodobieństw blokady występujących w każdym z progów:

$$E_{X,c}^s = \sum_{q=0}^{q_c} E_{X,c,q}^s. \quad (5.15)$$

Prawdopodobieństwo blokady w danym obszarze progowym q może dotyczyć jedynie stanów zajętości n , w których dany obszar obowiązuje. Uwzględniając zależności pomiędzy ostatnim stanem obszaru progowego q pozwalającym na przyjęcie zgłoszenia $n = V^s - t_{X,c,q}^s$, a pierwszym Q_{X,c,q^F}^s i ostatnim Q_{X,c,q^L}^s stanem obowiązywania danego obszaru progowego q ,

prawdopodobieństwo blokady można zapisać w postaci:

$$E_{X,c,q}^s = \begin{cases} 0 & \text{dla } \begin{cases} V^s - t_{X,c,q}^s \geq Q_{X,c,q^L}^s \\ V^s - t_{X,c,q}^s > Q_{X,c,q^F}^s \end{cases} \\ \sum_{n=V^s-t_{X,c,q}^s+1}^{Q_{X,c,q^L}^s} [P_n]_{V^s} & \text{dla } \begin{cases} V^s - t_{X,c,q}^s < Q_{X,c,q^L}^s \\ V^s - t_{X,c,q}^s \geq Q_{X,c,q^F}^s \end{cases} \\ \sum_{n=Q_{X,c,q^F}^s}^{Q_{X,c,q^L}^s} [P_n]_{V^s} & \text{dla } \begin{cases} V^s - t_{X,c,q}^s < Q_{X,c,q^L}^s \\ V^s - t_{X,c,q}^s < Q_{X,c,q^F}^s \end{cases} \end{cases} \quad (5.16)$$

W praktyce jednak progi definiuje się w taki sposób, aby blokada występowała jedynie w ostatnim obszarze progowym. Mechanizmy kompresji progowej stosowane są bowiem w celu unikania blokady zgłoszeń poprzez zmniejszanie przydzielanych im zasobów. Zgłoszenia są blokowane dopiero, gdy pomimo zmniejszenia przydzielanych im jednostek alokacji, nie mogą zostać przyjęte do obsługi. Dobór poziomu progów, dla których zgłoszenia byłyby blokowane także w pozostałych obszarach progowych, nie spełniałby tego założenia. Przyjęcie koncepcji występowania blokady jedynie w ostatnim obszarze progowym q_c wymaga spełnienia zależności $Q_{X,c,q^L}^s \leq V^s - t_{X,c,q}^s$ dla $q \neq q_c$ oraz $Q_{X,c,q_c^F}^s \leq V^s - t_{X,c,q_c}^s < V^s$. Wzór (5.15) można wtedy zapisać jako:

$$E_{X,c}^s = E_{X,c,q_c}^s = \sum_{n=V^s-t_{X,c,q_c}^s+1}^{V^s} [P_n]_{V^s}. \quad (5.17)$$

Wyznaczone prawdopodobieństwo blokady pozwala na wyznaczenie parametrów ruchu wpływającego (wartości średniej $R_{X,c}$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}$) z zasobów pierwotnych na zasoby wtóre, zgodnie z metodą V4 przedstawioną w rozdziale 4.7. W rozważanym modelu systemu przelewowego z kompresją progową, wyznaczanie charakterystyk ruchowych zasobów wtórnych oparto na uogólnionej metodzie Fredericksa-Haywarda, przedstawionej w rozdziale 3.4, której modyfikacje opisano w dalszej części niniejszego punktu.

Podobnie jak w zasobach pierwotnych, ruch obsługiwany w zasobie wtórnym (oznaczanym jako $s = 0$) może być poddawany mechanizmowi kompresji progowej. Dla zgłoszeń każdej klasy c ($c \in M$), oferowanych zasobom wtórnym, ustalany jest indywidualny zbiór q_c progów, które zmieniają liczbę jednostek alokacji $t_{X,c,q}^0$ przydzielanych do ich obsługi. Powstałe

w ten sposób obszary progowe możemy uwzględnić do modyfikacji uogólnionego wzoru Fredericka-Haywarda (3.50):

$$n[P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}} = \sum_{c=1}^m \sum_{q=0}^{q_c} \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c,q}^0 \delta_{X,c,q}^0 (n - t_{X,c,q}^0) [P_{n-t_{X,c,q}^0}]_{\frac{V^0}{Z_0}}, \quad (5.18)$$

gdzie:

- $[P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}}$ – prawdopodobieństwo znalezienia się zasobu wtórnego w stanie n zajętości,
- $R_{X,c}$ – średnie natężenie ruchu klasy c typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$) wpływającego na zasoby wtórne,
- $Z_{X,c}$ – indywidualny współczynnik degeneracji dla klasy c typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$) wpływającej na zasoby wtórne,
- V^0 – pojemność zasobu wtórnego wyrażana w JA,
- Z_0 – zbiorczy współczynnik degeneracji dla wszystkich klas wpływających na zasób wtórny,
- m – liczba klas oferowanych zasobowi wtórnemu,
- $t_{X,c,q}^0$ – żądania klasy c typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$) w obszarze progowym q zasobu wtórnego $s = 0$, wyrażone w JA,
- $\delta_{X,c,q}^0(n)$ – warunkowy współczynnik przejścia dla stanu n , określony dla klasy c typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$) oferowanej zasobowi wtórnemu w obszarze progowym q .

W przypadku klas ruchu elastycznego konieczne jest uwzględnienie zmian czasu obsługi, występujących wraz ze zmianą obszaru progowego q zasobu wtórnego. Czas obsługi zgłoszeń wydłuża się proporcjonalnie do zmniejszania wartości przydzielanych zasobów danej klasie w odniesieniu do parametrów z obszaru przedprogowego. Pozwala to na zapis zmian czasu obsługi w danym obszarze progowym q jako stosunku $\frac{t_{X,c,0}^0}{t_{X,c,q}^0}$ oznaczonego symbolem $\zeta_{X,c,q}^0$, który po wprowadzeniu do wzoru (5.18) uwzględnia wpływ klas ruchu elastycznego w poniższy sposób:

$$n[P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}} = \sum_{c=1}^m \sum_{q=0}^{q_c} \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c,q}^0 \delta_{X,c,q}^0 (n - t_{X,c,q}^0) \zeta_{X,c,q}^0 [P_{n-t_{X,c,q}^0}]_{\frac{V^0}{Z_0}}. \quad (5.19)$$

Ze względu na wprowadzoną we wzorach (5.18) i (5.19) normalizację pojemności (podział zasobu wtórnego V^0 przez zbiorczy współczynnik degeneracji Z_0), konieczna jest także adekwatna modyfikacja poziomów progów. W tym celu warunkowy współczynnik przejścia $\delta_{X,c,q}^0(n)$ określający aktywną część ruchu dla stanu n , został zdefiniowany jako:

$$\delta_{X,c,q}^0(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } \frac{Q_{X,c,q}^s}{Z_0} \leq n \leq \frac{Q_{X,c,q}^L}{Z_0}, \\ 0 & \text{dla pozostałych } n. \end{cases} \quad (5.20)$$

Zbiorczy współczynnik degeneracji Z_0 , określony wzorem (3.49) dla systemów wielosługowych, został zdefiniowany jako średnia ważona współczynników pikowości poszczególnych klas ruchu oferowanych na zasoby wtórne z uwzględnieniem wielkości ich żądań. W przypadku zasobów wtórnych, obsługujących klasy z kompresją progową, nie jest możliwe zastosowanie tak określonego zbiorczego współczynnika degeneracji. Wyznaczana w ten sposób wartość współczynnika Z_0 byłaby uzależniona od stanu zajętości zasobu wtórnego, uniemożliwiając tym samym ustalenie stałego poziomu znormalizowanej pojemności zasobów wtórnych $\frac{V^0}{Z_0}$ oraz progów dla współczynników przejścia $\delta_{X,c,q}^0(n)$. W związku z powyższym, dla zasobów wtórnych obsługujących klasy z kompresją progową, konieczne jest wprowadzenie współczynnika Z_0 , niezależnego od zmieniających się wielkości żądań poszczególnych klas ruchu w różnych stanach obciążenia zasobu wtórnego. Zakładając statystyczną niezależność strumieni ruchu spływającego na zasoby wtórne, zbiorczy współczynnik degeneracji Z_0 można określić jako stosunek sumy wariancji do sumy wartości średnich ruchu wszystkich klas oferowanych na zasoby wtórne:

$$Z_0 = \frac{\sum_{c=1}^m (\sigma^2)_{X,c}}{\sum_{c=1}^m R_{X,c}}. \quad (5.21)$$

Zbiorczy współczynnik degeneracji Z_0 wyznaczany jest za pomocą wzoru (5.21) zawsze, gdy chociaż jedna z klas przelewanych na zasoby wtórne podlega w nich kompresji progowej.

Podobnie jak w zasobach pierwotnych, poziomy progów dla każdej z klas definiowane są w zasobach wtórnych w taki sposób, żeby blokada występowała jedynie w ostatnim obszarze poprogowym q_c . Uwzględniając powyższe stwierdzenie we wzorze (3.51), prawdopodobieństwo blokady zasobu wtórnego można zapisać jako:

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{V^0}{Z_0} - t_{X,c,q_c} + 1}^{\frac{V^0}{Z_0}} [P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}}. \quad (5.22)$$

Formalnie działanie metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych z progową kompresją ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda Multi-FH-PA/PE

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3) oraz wzoru (5.17) dla każdej z klas c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s – przy uwzględnieniu rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobów określonego wzorem (5.13).
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą V4 przedstawioną w rozdziale 4.7.
3. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu spływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
4. Wyznaczenie indywidualnego współczynnika degeneracji $Z_{X,c}$ dla każdej z klas ruchu – wzór (3.48).
5. Wyznaczanie zbiorczego współczynnika degeneracji Z_0 – jeżeli przynajmniej jedna z klas podlega kompresji progowej na zasobach wtórnych za pomocą wzoru (5.21), w pozostałych przypadkach wzorem (3.49).
6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (5.19)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (5.22)) na podstawie metody EFPR-Multi-Fredericks-Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

5.2.3 Weryfikacja dokładności modelu

Model analityczny systemu przelewowego, obsługującego ruch wielosługowy z zastosowaną kompresją progową w pełnodostępnych zasobach pierwotnych oraz wtórnych, jest modelem przybliżonym. Dokładność wartości wyznaczanych na podstawie modelu analitycznego została zweryfikowana w wyniku zestawienia ich z rezultatami otrzymywanymi na podstawie eksperymentów symulacyjnych. Analiza porównawcza systemów, przedstawionych

w dalszej części rozdziału, przeprowadzona została zarówno dla klas ruchu elastycznego, jak i adaptacyjnego.

Systemy przedstawione w tabelach 5.9, 5.10, 5.11 są identyczne pod względem pojemności zasobów pierwotnych oraz wtórnych, a także obsługują takie same zestawy klas. Różnica występuje jednak w lokalizacji zastosowania kompresji progowej. System nr 1_{PA} z obsługą kompresji progowej ruchu adaptacyjnego oraz system nr 1_{PE} z obsługą kompresji progowej ruchu elastycznego zostały przedstawione w tabeli 5.9. Kompresja progowa została zastosowana w nich zarówno w zasobie pierwotnym, jak i wtórnym. W systemach nr 2_{PA} oraz nr 2_{PE} – przedstawionych w tabeli 5.10 – kompresję progową zastosowano jedynie w zasobie pierwotnym, a w systemach nr 3_{PA} oraz nr 3_{PE} – przedstawionych w tabeli 5.11 – tylko w zasobie wtórnym. Wyniki przeprowadzonych badań dla omówionych systemów przedstawiono na rysunkach 5.17–5.22.

TABELA 5.9: Wielosługowy system przelewowy nr 1_{PA} oraz nr 1_{PE}

System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$	
nr 1 _{PA} nr 1 _{PE}	$V_r^1 = 80$ JA	$t_{Er,1} = 4$ JA		$Q_{Er,1,1}^1 = 60$	$t_{Er,1,1}^1 = 2$ JA	
				$Q_{Er,1,2}^1 = 70$	$t_{Er,1,2}^1 = 1$ JA	
		$t_{En,2} = 6$ JA	$N_{En,2} = 60$	$Q_{En,2,1}^1 = 50$	$t_{En,2,1}^1 = 5$ JA	
				$Q_{En,2,2}^1 = 65$	$t_{En,2,2}^1 = 4$ JA	
		$t_{Pa,3} = 5$ JA	$S_{Pa,3} = 120$	$Q_{Pa,3,1}^1 = 50$	$t_{Pa,3,1}^1 = 3$ JA	
	$V_r^0 = 60$ JA				$Q_{Er,1,1}^0 = 40$	$t_{Er,1,1}^0 = 2$ JA
					$Q_{Er,1,2}^0 = 50$	$t_{Er,1,2}^0 = 1$ JA
					$Q_{En,2,1}^0 = 35$	$t_{En,2,1}^0 = 5$ JA
					$Q_{En,2,2}^0 = 48$	$t_{En,2,2}^0 = 4$ JA
				$Q_{Pa,3,1}^0 = 45$	$t_{Pa,3,1}^0 = 3$ JA	

TABELA 5.10: Wielosługowy system przelewowy nr 2_{PA} oraz nr 2_{PE}

System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$
nr 2 _{PA} nr 2 _{PE}	$V_r^1 = 80$ JA	$t_{Er,1} = 4$ JA		$Q_{Er,1,1}^1 = 60$	$t_{Er,1,1}^1 = 2$ JA
				$Q_{Er,1,2}^1 = 70$	$t_{Er,1,2}^1 = 1$ JA
		$t_{En,2} = 6$ JA	$N_{En,2} = 60$	$Q_{En,2,1}^1 = 50$	$t_{En,2,1}^1 = 5$ JA
				$Q_{En,2,2}^1 = 65$	$t_{En,2,2}^1 = 4$ JA
		$t_{Pa,3} = 5$ JA	$S_{Pa,3} = 120$	$Q_{Pa,3,1}^1 = 50$	$t_{Pa,3,1}^1 = 3$ JA
$V_r^0 = 60$ JA					

TABELA 5.11: Wielosługowy system przelewowy nr 3_{PA} oraz nr 3_{PE}

System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$
nr 3 _{PA} nr 3 _{PE}	$V_r^1 = 80$ JA	$t_{Er,1} = 4$ JA			
		$t_{En,2} = 6$ JA	$N_{En,2} = 60$		
$t_{Pa,3} = 5$ JA		$S_{Pa,3} = 120$			
	$V_r^0 = 60$ JA			$Q_{Er,1,1}^0 = 40$	$t_{Er,1,1}^0 = 2$ JA
				$Q_{Er,1,2}^0 = 50$	$t_{Er,1,2}^0 = 1$ JA
				$Q_{En,2,1}^0 = 35$	$t_{En,2,1}^0 = 5$ JA
				$Q_{En,2,2}^0 = 48$	$t_{En,2,2}^0 = 4$ JA
				$Q_{Pa,3,1}^0 = 45$	$t_{Pa,3,1}^0 = 3$ JA

Systemy z dwoma zasobami pierwotnymi, w których zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych, zastosowano kompresję progową przedstawiono w tabelach 5.12 oraz 5.13. Systemy różnią się pojemnościami zasobów oraz zestawem obsługiwanych klas. W tabeli 5.12 przedstawiono system z kompresją progową ruchu adaptacyjnego nr 4_{PA} oraz system z kompresją progową ruchu elastycznego nr 4_{PE}, a wyniki dla przeprowadzonych badań zaprezentowano na rysunkach 5.23 i 5.24. Systemy nr 5_{PA} oraz nr 5_{PE} przedstawiono w tabeli 5.13, a uzyskane rezultaty prawdopodobieństwa blokady w wyniku przeprowadzonych dla nich badań na rysunkach 5.25 i 5.26.

TABELA 5.12: Wielosługowy system przelewowy nr 4_{PA} oraz nr 4_{PE}

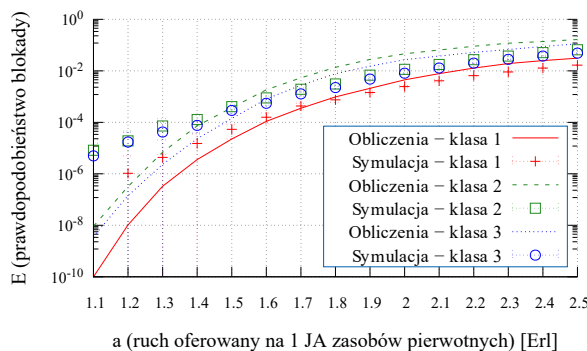
System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$
nr 4 _{PA} nr 4 _{PE}	$V_r^1 = 120$ JA	$t_{Er,1} = 4$ JA		$Q_{Er,1,1}^1 = 72$	$t_{Er,1,1}^1 = 3$ JA
		$t_{Pa,2} = 6$ JA	$S_{Pa,2} = 80$	$Q_{Pa,2,1}^1 = 80$	$t_{Pa,2,1}^1 = 4$ JA
		$t_{Er,3} = 8$ JA		$Q_{Er,3,1}^1 = 72$	$t_{Er,3,1}^1 = 6$ JA
	$V_r^2 = 100$ JA			$Q_{Er,3,2}^1 = 96$	$t_{Er,3,2}^1 = 3$ JA
		$t_{Er,4} = 2$ JA		$Q_{Er,4,1}^2 = 80$	$t_{Er,4,1}^2 = 1$ JA
		$t_{En,5} = 5$ JA	$N_{En,5} = 60$	$Q_{En,5,1}^2 = 76$	$t_{En,5,1}^2 = 3$ JA
	$V_r^0 = 100$ JA			$Q_{En,5,2}^2 = 90$	$t_{En,5,2}^2 = 2$ JA
				$Q_{Er,1,1}^0 = 79$	$t_{Er,1,1}^0 = 3$ JA
				$Q_{Pa,2,1}^0 = 80$	$t_{Pa,2,1}^0 = 4$ JA
				$Q_{Pa,2,2}^0 = 90$	$t_{Pa,2,2}^0 = 2$ JA
				$Q_{Er,3,1}^0 = 70$	$t_{Er,3,1}^0 = 6$ JA
				$Q_{Er,3,2}^0 = 85$	$t_{Er,3,2}^0 = 3$ JA
				$Q_{Er,4,1}^0 = 80$	$t_{Er,4,1}^0 = 1$ JA
			$Q_{En,5,1}^0 = 80$	$t_{En,5,1}^0 = 4$ JA	

TABELA 5.13: Wielosługowy system przelewowy nr 5_{PA} oraz nr 5_{PE}

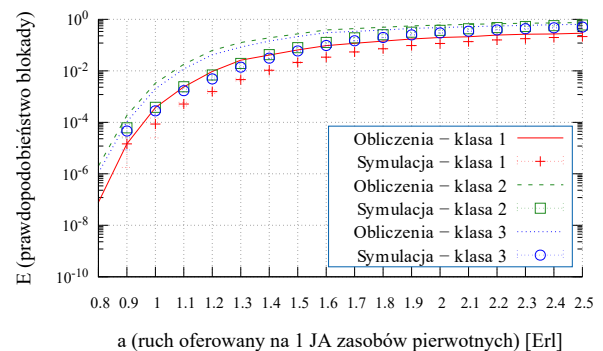
System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$
nr 5 _{PA} nr 5 _{PE}	$V_r^1 = 80$ JA	$t_{Er,1} = 3$ JA		$Q_{Er,1,1}^1 = 60$	$t_{Er,1,1}^1 = 2$ JA
		$t_{En,2} = 4$ JA	$N_{En,2} = 70$		
		$t_{Pa,3} = 5$ JA	$S_{Pa,3} = 100$	$Q_{Pa,3,1}^1 = 56$	$t_{Pa,3,1}^1 = 4$ JA
	$V_r^2 = 60$ JA	$t_{Er,4} = 6$ JA		$Q_{Pa,3,2}^1 = 70$	$t_{Pa,3,2}^1 = 2$ JA
				$Q_{Er,4,1}^2 = 40$	$t_{Er,4,1}^2 = 4$ JA
		$t_{En,5} = 2$ JA	$N_{En,5} = 65$	$Q_{Er,4,2}^2 = 50$	$t_{Er,4,2}^2 = 2$ JA
	$V_r^0 = 50$ JA			$Q_{En,5,1}^2 = 50$	$t_{En,5,1}^2 = 1$ JA
				$Q_{Er,1,1}^0 = 38$	$t_{Er,1,1}^0 = 2$ JA
				$Q_{En,2,1}^0 = 38$	$t_{En,2,1}^0 = 3$ JA
				$Q_{Pa,3,1}^0 = 38$	$t_{Pa,3,1}^0 = 4$ JA
				$Q_{Er,4,1}^0 = 30$	$t_{Er,4,1}^0 = 4$ JA
				$Q_{Er,4,2}^0 = 40$	$t_{Er,4,2}^0 = 2$ JA
			$Q_{En,5,1}^0 = 40$	$t_{En,5,1}^0 = 1$ JA	

Eksperymenty symulacyjne przeprowadzono dla wartości natężenia ruchu oferowanego pojedynczej jednostce alokacji zasobu pierwotnego z zakresu 0,5 – 2,5 Erlanga. Symulację przeprowadzono w postaci pięciu serii symulacji, po 1000000 zgłoszeń każda, a w wynikach uwzględniono przedziały z 95-procentowym poziomem ufności wyznaczonych według rozkładu t-Studenta.

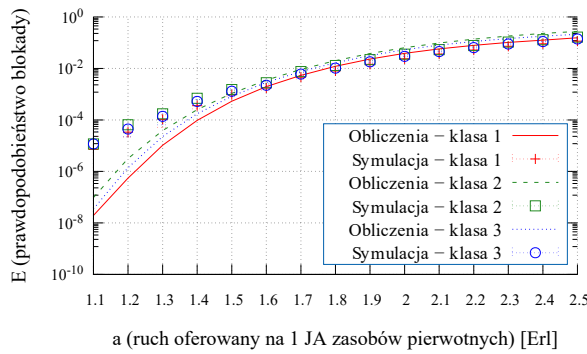
Przedstawione rezultaty badań porównawczych (rysunki 5.17–5.26) wskazują na dużą dokładność zaproponowanego modelu systemu z kompresją progową, niezależnie od typu ruchu (elastyczny, adaptacyjny; Erlang, Engset, Pascal), pojemności zasobów systemu przelewowego oraz liczby i wartości wprowadzanych progów.



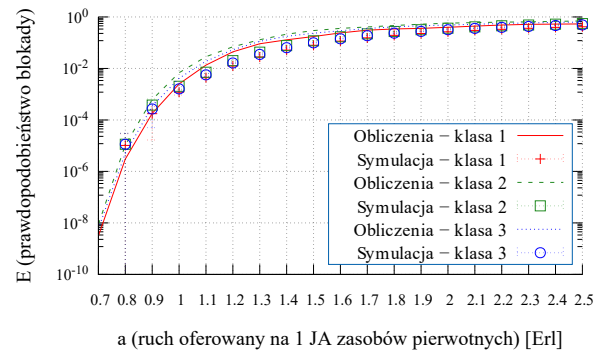
RYSUNEK 5.17: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 1_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.



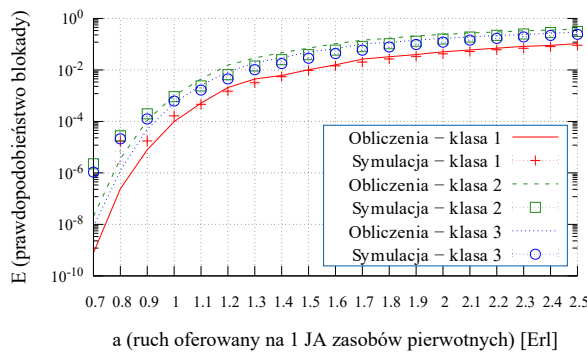
RYSUNEK 5.18: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 1_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.



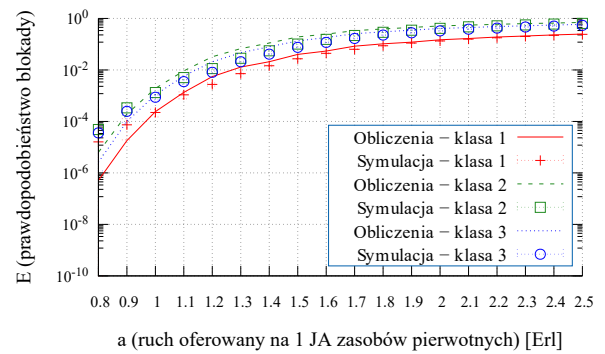
RYSUNEK 5.19: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.



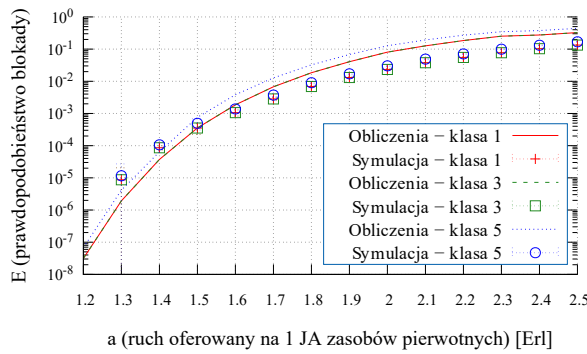
RYSUNEK 5.20: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.



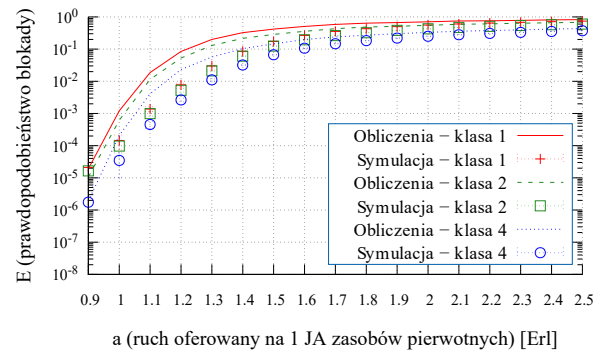
RYSUNEK 5.21: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.



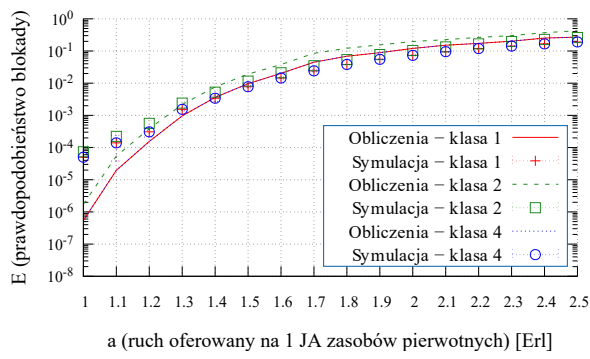
RYSUNEK 5.22: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.



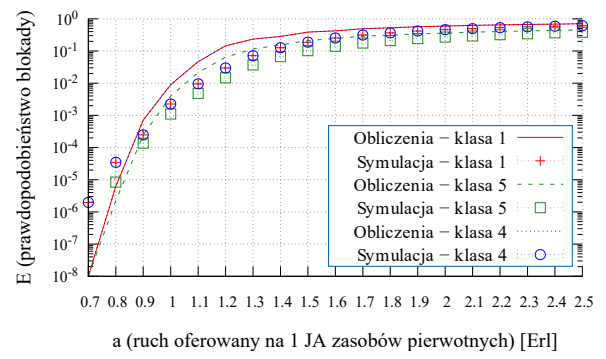
RYSUNEK 5.23: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.



RYSUNEK 5.24: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.



RYSUNEK 5.25: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 5_{PA} z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.



RYSUNEK 5.26: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 5_{PE} z kompresją progową ruchu elastycznego.

Rozdział 6

Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielousługowych systemach kolejkowych z przelewem ruchu

6.1 Wprowadzenie

We wszystkich modelach systemów z przelewem ruchu, rozważanych w poprzednich rozdziałach, przyjmowano założenie, że w przypadku braku wystarczającej liczby jednostek alokacji w zasobach pierwotnych i/lub wtórnych do obsługi napływających zgłoszeń, nie ma możliwości ich oczekiwania w kolejce (są tracone). W tym rozdziale zaproponowane zostaną nowe analityczne modele systemów z przelewem ruchu, w których zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych, wprowadzono kolejki o ograniczonej pojemności.

Dotychczas w literaturze przedmiotu rozważano przede wszystkim jednousługowe systemy kolejkowe z przelewem ruchu typu Erlanga [17, 61, 80, 95–97, 156]. W pracy [61] zaproponowano jeden z pierwszych modeli zasobu z kolejką, któremu oferowany był ruch przelewowy o współczynniku pikowości większym od jedności. Dwuwymiarowy proces Markowa wykorzystano w [80, 97] do opisu systemów jednousługowych, w których kolejki wprowadzono zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych. W [17] analizowano system z dwoma strumieniami ruchu przelewowego, z których tylko jeden podlegał kolejkowaniu. W pracach [95, 96] ruch przelewowy w systemach z kolejkami opisano na podstawie dwóch

i trzech pierwszych momentów przerywanego procesu Poissona (ang. Interrupted Poisson Process, IPP) [86].

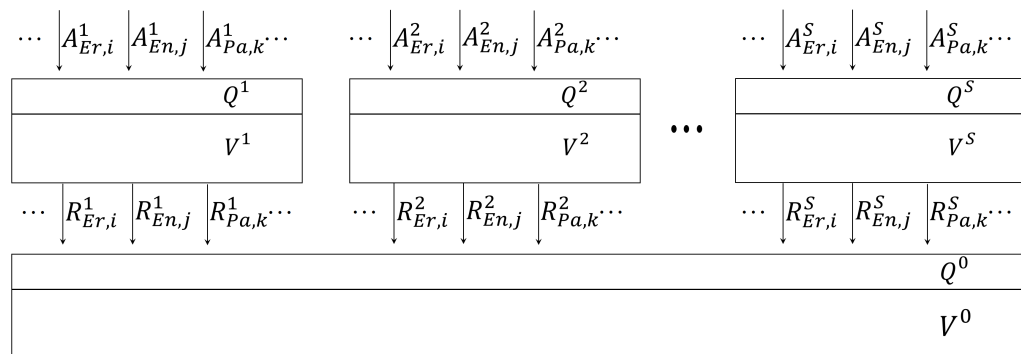
Pierwsze prace nad modelowaniem wielosługowych systemów z przelewem ruchu i kolejkowaniem zgłoszeń zostały podjęte przez autora rozprawy w [33, 75]. W pracy [75] – w wyniku przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych – oceniono wpływ stosowania kolejek w zasobach pierwotnych i wtórnych na efektywność ruchową systemów z przelewem ruchu. Natomiast pierwszy analityczny model wielosługowego systemu przelewowego z kolejkami został przedstawiany w [33]. W modelu tym założono obsługę strumieni ruchu typu Erlanga oraz występowanie kolejek jedynie na zasobach pierwotnych. Model ten został w tym rozdziale uogólniony na systemy obsługujące ruch typu Erlanga, Engseta i Pascala z kolejkami zarówno na zasobach pierwotnych, jak i wtórnych.

Dodatkowo, poza omówionymi pracami [33, 75], niniejszy rozdział został oparty na publikacjach autora rozprawy [54–56], poświęconych modelowaniu wielosługowych systemów kolejkowych. Rozważania te wykorzystują koncepcję kolejkowania zgłoszeń (strumieni pakietów), zaproponowaną m.in. w [57, 58, 136]. Zgodnie z tą koncepcją działania systemu kolejkowego, tzw. SD FIFO (ang. State Dependent First In, First Out), obsługa zgłoszeń jest zależna od stanu zajętości systemu n oraz zgodna z kolejnością napływania zgłoszeń. Tak zdefiniowana dyscyplina kolejki oparta została na zmieniającym się, w zależności od stanu zajętości n zasobu, rozkładzie przydzielanych jednostek alokacji do obsługi zgłoszeń poszczególnych klas. Liczba jednostek alokacji zasobu s zajmowanych przez klasę c o żądaniach t_c uzależniono nie tylko od stanu zajętości, ale także od liczby zgłoszeń poszczególnych klas obsługiwanych w stanie zajętości n , czyli od intensywności napływania m klas zgłoszeń obsługiwanych przez dany zasób.

6.2 Schemat przelewu ruchu

Rozważmy wielosługowy system z przelewem ruchu przedstawiony na rysunku 6.1. System ten jest zbudowany z s pełnodostępnych zasobów pierwotnych, każdy o pojemności V^s JA, oraz z pojedynczego zasobu wtórnego o pojemności V^0 JA. Z każdym pierwotnym oraz wtórnym zasobem s związana jest kolejka o ograniczonej pojemności Q^s ($Q^s \geq 0$ JA). Systemowi oferowane są zgłoszenia m_{Er} klas typu Erlanga, m_{En} klas typu Engseta oraz m_{pn} .

Zgłoszenia te w pierwszej kolejności są przyjmowane do obsługi z wykorzystaniem JA zasobów pierwotnych. W przypadku braku wystarczającej liczby JA w określonym zasobie pierwotnym s do obsługi zgłoszenia danej klasy c , zgłoszenie to jest kierowane do kolejki, w której oczekuje na zwolnienie wystarczającej liczby JA w tym zasobie. Kolejność zgłoszeń opuszczających kolejkę zorganizowana jest zgodnie z czasem pojawienia się ich na wejściu systemu (FIFO – ang. First In, First Out). W rozważanym systemie, do każdego z zasobów może być przypisana jedna kolejka, do której trafiają zgłoszenia wszystkich klas.



RYSUNEK 6.1: Schemat wielosługowego systemu kolejkowego z ruchem przelewowym

Jeżeli stan zajętości zasobu pierwotnego oraz przynależnej do niego kolejki nie pozwala na przyjęcie zgłoszenia pojawiającego się na wejściu systemu, to następuje jego przelew do zasobów wtórnych. Podobnie jak w przypadku zasobów pierwotnych, zgłoszenia przyjmowane są do obsługi przez zasób wtórny do momentu jego zapełnienia w stopniu niepozwalającym na obsługę kolejnych. Zgłoszenia trafiają wtedy do kolejki, a gdy dostępne w niej jednostki alokacji także zostaną wyczerpane, to takie zgłoszenie jest tracone.

6.3 Model systemu

Rozważmy model systemu z przelewem ruchu i kolejkami, którego schemat został przedstawiony na rysunku 6.1. Przyjęto, że kolejki mogą występować zarówno w zasobach pierwotnych (wszystkich lub tylko wybranych), jak i w zasobach wtórnych. Do analizy zasobów pierwotnych z kolejkami wykorzystano model systemu SD FIFO [57]. Na podstawie tego modelu możliwe jest wyznaczenie rozkładu zajętości w każdym zasobie pierwotnym i przynależnej do niego kolejki, a tym samym prawdopodobieństwa blokady oraz parametrów kolejek (np. średniej długości kolejki, średniego czasu oczekiwania). Model ten można traktować jako

kolejkową interpretację modelu z kompresją bezprogową (stany zajętości wirtualnych jednostek alokacji V_w^s odpowiadające kompresji zgłoszeń interpretowane są jako stany, w których zgłoszenia znajdują się w kolejce). Oznacza to, że opracowana metodologia dla systemów z bezprogową kompresją może być wykorzystywana do analizy systemów kolejkowych. Zgodnie z modelem [57], rozkład zajętości systemu kolejkowego zbudowanego z zasobu pierwotnego s o pojemności V^s i kolejki Q^s można wyznaczyć na podstawie ogólnej zależności:

$$[P_n]_{V^s+Q^s} = \frac{1}{\min(n, V^s)} \sum_{c=1}^m A_{X,c}^s(n - t_{X,c}^s) t_{X,c}^s [P_{n-t_{X,c}^s}]_{V^s+Q^s}, \quad (6.1)$$

gdzie:

- $[P_n]_{V^s+Q^s}$ – prawdopodobieństwo znalezienia się systemu w stanie zajętości n ,
- V^s – pojemność zasobu s ,
- Q^s – pojemność kolejki zasobu s ,
- $A_{X,c}^s(n)$ – średnie natężenie ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) oferowanego zasobowi pierwotnemu s w stanie n ,
- $t_{X,c}^s$ – żądania zgłoszeń klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$).

Uwzględniając średnie wartości natężenia ruchu oferowanego BPP oraz właściwości metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3), równanie (6.1) można zapisać w następującej postaci:

$$[P_n]_{V^s+Q^s} = \frac{1}{\min(n, V^s)} \left(\sum_{i=1}^{m_{\text{Er}}} A_{\text{Er},i}^s t_{\text{Er},i}^s [P_{n-t_{\text{Er},i}^s}]_{V^s+Q^s} + \sum_{j=1}^{m_{\text{En}}} N_{\text{En},j}^s \alpha_{\text{En},j}^s \sigma_{\text{En},j}^s (n - t_{\text{En},j}^s) t_{\text{En},j} [P_{n-t_{\text{En},j}^s}]_{V^s+Q^s} + \sum_{k=1}^{m_{\text{Pa}}} S_{\text{Pa},k}^s \beta_{\text{Pa},k}^s \sigma_{\text{Pa},k}^s (n - t_{\text{Pa},k}^s) t_{\text{Pa},k} [P_{n-t_{\text{Pa},k}^s}]_{V^s+Q^s} \right), \quad (6.2)$$

gdzie:

- $N_{\text{En},j}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy j typu Engseta oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $S_{\text{Pa},k}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy k typu Pascala oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $\alpha_{\text{En},j}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta,

- $\beta_{Pa,k}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala,
- $\sigma_{En,j}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy j typu Engseta oferowanej zasobowi pierwotnemu s ,
- $\sigma_{Pa,k}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s .

Prawdopodobieństwo blokady klasy c , której ruch oferowany jest zasobowi s , wyznaczyć można za pomocą wzoru (2.38) przy uwzględnieniu pojemności zasobu V^s oraz kolejki Q^s :

$$E_{X,c}^s = \sum_{n=V^s+Q^s-t_{X,c}+1}^{V^s+Q^s} [P_n]_{V^s+Q^s}. \quad (6.3)$$

Wzór (6.3) określa sumę prawdopodobieństw wystąpienia stanów systemu, w których zgłoszenia klasy c są blokowane, tj. stanów, w których liczba wolnych JA w kolejce jest mniejsza od liczby JA wymaganych do realizacji obsługi zgłoszenia klasy c . Dyscyplina obsługi zgłoszeń w kolejce SD FIFO odpowiada dyscyplinie przydziału zasobów dla każdej klasy ruchu oferowanego, która może być aproksymowana zrównoważonym algorytmem sprawiedliwości (ang. balanced fairness algorithm) [9, 53, 57, 58].

Dysponując prawdopodobieństwem blokady dla zgłoszeń klasy c w zasobie pierwotnym s można wyznaczyć – na podstawie metody V4 (rozdział 4.7) – parametry strumieni ruchu przelewanych z tego zasobu na zasób wtórny, tj. wartość średnią ruchu $R_{X,c}^s$ oraz wariancję $(\sigma^2)_{X,c}^s$. Spływające strumienie ruchu, początkowo generowane zgodnie z rozkładem Erlanga, Engseta i Pascala, w wyniku przeprowadzonej operacji dekompozycji i zamiany zasobów pierwotnych na ekwiwalentne fikcyjne zasoby pierwotne (zgodnie z metodą V4), oferowane są zasobowi wtórnemu o pojemności V_0 JA, z którym związana jest kolejka o pojemności ograniczonej do Q_0 JA.

Rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów wtórnych oraz prawdopodobieństwo wystąpienia blokady określane jest zgodnie z metodą zaprezentowaną w rozdziale 3.4, opartą na uogólnieniu podejścia Fredericksa-Haywarda. W rezultacie rozkład zajętości w zasobie wtórnych systemu z kolejkowaniem, uwzględniając przyjętą notację, można zapisać następująco:

$$[P_n]_{\frac{V_0}{Z_0}+Q_0} = \frac{1}{\min(n, \frac{V_0}{Z_0})} \sum_{c=1}^m \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c} [P_{n-t_{X,c}}]_{\frac{V_0}{Z_0}+Q_0}, \quad (6.4)$$

gdzie:

- $R_{X,c}$ – średnie natężenie ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającego z wszystkich zasobów pierwotnych na zasoby wtórne,
- $(\sigma^2)_{X,c}$ – wariancja średniego natężenia ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającego z wszystkich zasobów pierwotnych na zasoby wtórne,
- $Z_{X,c}$ – współczynnik degeneracji dla strumienia ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$), spływającego na zasoby wtórne,
- Z_0 – zbiorczy współczynnik degeneracji dla strumieni wszystkich klas spływających na zasób wtórny,
- m – liczba klas oferowanych zasobowi wtórnemu,
- $t_{X,c}$ – żądania klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$).

Prawdopodobieństwo blokady klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) w takim systemie wynika ze skończonej pojemności kolejki i może być dla zgłoszeń klasy c określone na podstawie odpowiednio zmodyfikowanego wzoru (3.51):

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{v_0}{z_0}+Q^0-t_{X,c}+1}^{\frac{v_0}{z_0}+Q^0} [P_n]_{\frac{v_0}{z_0}+Q^0}. \quad (6.5)$$

Formalnie działanie metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach kolejkowych z przelewem ruchu można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda Multi-FH-Q

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3) – przy uwzględnieniu rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobów określonego wzorem (6.2) – dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s .
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą V4 przedstawioną w rozdziale 4.7.

3. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu wpływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
4. Wyznaczenie indywidualnego współczynnika degeneracji $Z_{X,c}$ dla każdej z klas ruchu – wzór (3.48).
5. Wyznaczenie zbiorczego współczynnika degeneracji Z_0 dla wszystkich klas ruchu – wzór (3.49).
6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (6.4)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (6.5)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks–Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

6.4 Parametry kolejek

Parametry kolejek przynależnych do poszczególnych zasobów pierwotnych obsługujących ruch typu Erlanga-Engseta-Pascala mogą zostać wyznaczone na podstawie metody przedstawionej w pracy [57]. Zgodnie z tą metodą, średnia długość kolejki klasy c (wyrażona w JA zajętych przez wszystkie zgłoszenia tej klasy znajdujące się w kolejce) w stanie n jest równa różnicy pomiędzy liczbą JA zajętych przez wszystkie zgłoszenia tej klasy znajdujące się łącznie w zasobie pierwotnym oraz kolejce, a liczbą JA zajętych przez zgłoszenia tej klasy znajdujące się jedynie w zasobie pierwotnym:

$$q_{X,c}^s(n) = [x_{X,c}^s(n) - y_{X,c}^s(n)] t_{X,c}, \quad (6.6)$$

gdzie:

- $y_{X,c}^s(n)$ – średnia liczba obsługiwanych zgłoszeń klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{\text{Er,En,Pa}\}$) w zasobie pierwotnym s o pojemności V^s ,
- $x_{X,c}^s(n)$ – średnia liczba zgłoszeń klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{\text{Er,En,Pa}\}$) znajdujących się łącznie w zasobie pierwotnym s oraz przynależnej mu kolejce,
- $t_{X,c}$ – liczba żądanych JA przez zgłoszenia klasy c .

Wartość parametru $y_{X,c}^s(n)$ wyznacza się na podstawie równania (2.31), które po uwzględnieniu rozkładu zajętości zasobu pierwotnego s z kolejką Q^s (wzór (6.2)) można zapisać w następującej postaci:

$$y_{X,c}^s(n) = \begin{cases} \frac{A_{X,c}^s(n-t_{X,c})[P_{n-t_{X,c}}]_{V^s+Q^s}}{[P_n]_{V^s+Q^s}} & \text{dla } t_{X,c} \leq n \leq V^s + Q^s, \\ 0 & \text{dla pozostałych.} \end{cases} \quad (6.7)$$

Średnią liczbę zgłoszeń klasy c , znajdujących się łącznie w zasobie pierwotnym s o pojemności V^s oraz w powiązanej z nim kolejce o pojemności Q^s , w stanie zajętości n , można określić przyjmując, że jest ona równa średniej liczbie zgłoszeń tej klasy obsługiwanych w pewnym równoważnym zasobie o pojemności $V^{s'} = V^s + Q^s$ i kolejce o pojemności $Q^{s'} = 0$ [57, 58]. Dzięki takiemu podejściu, do wyznaczenia wartości parametru $x_{X,c}^s(n)$ również można skorzystać z równania (2.31), które w tym przypadku przyjmuje postać:

$$x_{X,c}^s(n) = \begin{cases} \frac{A_{X,c}^s(n-t_{X,c})[P_{n-t_{X,c}}]_{V^s+Q^s}}{[P_n]_{V^{s'}}} & \text{dla } t_{X,c} \leq n \leq V^{s'}, \\ 0 & \text{dla pozostałych.} \end{cases} \quad (6.8)$$

Wartości parametrów $x_{X,c}(n)$ oraz $y_{X,c}(n)$, wyznaczone dla poszczególnych stanów zajętości n , pozwalają określić średnią długość kolejki $q_{X,c}^s$ dla zgłoszeń klasy c (tj. średnią liczbę zajmowanych w kolejce JA przez zgłoszenia klasy c), po uwzględnieniu zależności (6.6):

$$q_{X,c}^s = \sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} q_{X,c}^s(n)[P_n]_{V^s+Q^s}, \quad (6.9)$$

$$q_{X,c}^s = \sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} [x_{X,c}^s(n) - y_{X,c}^s(n)] t_{X,c} [P_n]_{V^s+Q^s}. \quad (6.10)$$

Średnia długość kolejki (dla wszystkich klas) $q^s(n)$ w stanie zajętości n jest równa sumie średnich długości wszystkich kolejek dla poszczególnych klas w tym stanie (wzór (6.6))¹:

$$q^s(n) = \sum_{c=1}^m q_{X,c}^s(n) = \sum_{c=1}^m [x_{X,c}^s(n) - y_{X,c}^s(n)] t_{X,c}. \quad (6.11)$$

Natomiast średnią długość kolejki zasobu s – średnią liczbę zajmowanych JA w zasobie s – wyznaczyć można jako sumę średnich długości kolejki $q^s(n)$ (wzór (6.11)) dla wszystkich stanów

¹Parametr m jest liczbą wszystkich klas ($m = m_{Er} + m_{En} + m_{Pa}$), dla każdego typu X , który pełni rolę informacyjną dla danej klasy c ($c \in M$) i przyjmuje odpowiednią wartość ze zbioru ($X \in \{Er, En, Pa\}$). Dlatego we wzorach w rozprawie nie występuje sumowanie po X .

n powyżej wartości:

$$q^s = \sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} q^s(n) [P_n]_{V^s+Q^s}. \quad (6.12)$$

Wartość ta może być także określona jako suma średnich długości kolejek $q_{X,c}^s$ dla wszystkich klas c oraz stanów zajętości n (wzór (6.10)):

$$q^s = \sum_{c=1}^m q_{X,c}^s. \quad (6.13)$$

Średnią długość kolejki $q^s(n)$ wszystkich klas w stanie n określoną wzorem (6.11) można przepisać następująco:

$$q^s(n) = \left[\sum_{c=1}^m x_{X,c}^s(n) t_{X,c} - \sum_{c=1}^m y_{X,c}^s(n) t_{X,c} \right]. \quad (6.14)$$

Pierwsza suma we wzorze (6.14) określa – dla stanu zajętości n – całkowitą liczbę jednostek alokacji zajętych łącznie w zasobie pierwotnym s oraz w kolejce s przez zgłoszenia wszystkich klas oferowanych zasobowi. Zatem jej wartość wynosi zawsze n . Druga suma określa z kolei całkowitą liczbę zajętych JA w zasobie pierwotnym w stanie n . Dla $n < V^s$ wartość tej sumy jest równa n , natomiast dla $n \geq V^s$ jest zawsze równa V^s , ponieważ w tych stanach jest to maksymalna liczba JA zajętych obsługą zgłoszeń. Możemy zatem napisać:

$$q^s(n) = \begin{cases} 0 & \text{dla } n \leq V^s, \\ (n - V^s) & \text{dla } n > V^s. \end{cases} \quad (6.15)$$

Ostatecznie, średnia długość kolejki zasobu s (wyrażona w jednostkach alokacji) może być zapisana na podstawie zależności (6.15) oraz (6.12) w następujący sposób:

$$q^s = \sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} q^s(n) = \sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} (n - V^s) [P_n]_{V^s+Q^s}. \quad (6.16)$$

Warto podkreślić, że – zgodnie z (6.16) – całkowitą długość kolejki można wyznaczyć bez konieczności wyznaczania kolejek dla poszczególnych klas zgłoszeń, a więc także bez konieczności wyznaczania średniej liczby obsługiwanych zgłoszeń $y_{X,c}^s(n)$ oraz $x_{X,c}^s(n)$.

Średni czas T oczekiwania zgłoszenia w kolejce systemu jednousługowego może zostać wyznaczony na podstawie tzw. drugiej zasady Little'a, zgodnie z którą wartość ta jest równa

stosunkowi średniej liczby zgłoszeń w kolejce q do intensywności λ ich napływania:

$$T = \frac{q}{\lambda}. \quad (6.17)$$

Autor rozprawy zaproponował nową metodę określania rozkładu czasu oczekiwania zgłoszeń w kolejce dla systemów wielosługowych, obsługujących ruch pochodzący od klas zarówno o skończonej, jak i o nieskończonej liczbie źródeł. Zaproponowana metoda polega na rozwinięciu zależności przedstawionej we wzorze (6.17) poprzez uwzględnienie średniej wartości ruchu oferowanego przez wszystkie klasy na jedną jednostkę alokacji a^s oraz intensywności $\lambda_{X,c}^s(n)$ zgłoszeń klasy c typu X oferowanych zasobowi s w stanie n :

$$T_{X,c}^s = \frac{q_{X,c}^s a^s}{t_{X,c}} \left(\sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} \lambda_{X,c}^s(n) [P_n]_{V^s+Q^s} \right)^{-1}, \quad (6.18)$$

gdzie:

- $T_{X,c}^s$ – średni czas oczekiwania zgłoszenia klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$) w kolejce zasobu s ,
- $\lambda_{\text{Er},i}^s(n) = \lambda_{\text{Er},i}^s$ – średnia intensywność strumienia zgłoszeń klasy i typu Erlanga; wartość stała, niezależna od stanu n ,
- $\lambda_{\text{En},j}^s(n)$ – średnia intensywność zgłoszeń klasy j typu Engseta w stanie zajętości n zasobu, wyznaczana zgodnie z wzorem (2.11),
- $\lambda_{\text{Pa},k}^s(n)$ – średnia intensywność zgłoszeń klasy k typu Pascala w stanie zajętości n zasobu, wyznaczana zgodnie z wzorem (2.15),
- a^s – średnia wartość ruchu oferowanego przez wszystkie klasy na jedną jednostkę alokacji zasobu pierwotnego s , wyznaczana zgodnie z wzorem (4.1).

Parametry kolejki zasobów wtórnych o pojemności Q^0 zostały wyznaczone przez autora rozprawy w oparciu o rozkład zajętości zasobu zdefiniowany wzorem (6.4). Wyznaczanie średniej długości kolejek dla poszczególnych klas obsługiwanych przez zasób wtórny, zgodnie z wzorem (6.10), wymaga znajomości średniej liczby zgłoszeń poszczególnych klas obsługiwanych w kolejnych stanach zajętości n zasobu wtórnego. W celu ich wyznaczenia, autor rozprawy skorzystał ze stosowanej w metodzie Fredericksa-Haywarda modyfikacji ruchu wpływającego, pozwalającej traktować ten ruch jak ruch typu Erlanga o natężeniu $\frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}}$. Następnie, ruch

ten pozwolił na określenie obsługiwanej liczby zgłoszeń klas w stanach n – analogicznie do zastosowanego w przypadku zasobów pierwotnych (równania (6.7) oraz (6.8)) – w następującej postaci:

$$y_{X,c}^0(n) = \begin{cases} \frac{\frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} [P_{n-t_{X,c}}]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}}{[P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}} & \text{dla } t_{X,c} \leq n \leq \frac{V^0}{Z_0} + Q^0, \\ 0 & \text{dla pozostałych,} \end{cases} \quad (6.19)$$

$$x_{X,c}^0(n) = \begin{cases} \frac{\frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} [P_{n-t_{X,c}}]_{V^{0'}}}{[P_n]_{V^{0'}}} & \text{dla } t_{X,c} \leq n \leq V^{0'}, \\ 0 & \text{dla pozostałych,} \end{cases} \quad (6.20)$$

gdzie:

- $y_{X,c}^0(n)$ – średnia liczba obsługiwanych zgłoszeń klasy c ($c \in m$) typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$) w zasobie wtórnym,
- $x_{X,c}^0(n)$ – średnia liczba zgłoszeń klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$) przebywających łącznie w zasobie wtórnym i kolejce,
- $t_{X,c}$ – wielkość żądań klasy c typu X ($X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$),
- $[P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}$ – prawdopodobieństwo zajęcia n JA zasobu wtórnego o pojemności $\frac{V^0}{Z_0}$, dysponującego kolejką o pojemności Q^0 ,
- $[P_n]_{V^{0'}}$ – prawdopodobieństwo zajęcia n JA zasobu równoważnego o pojemności $V^{0'} = \frac{V^0}{Z_0} + Q^0$.

Znając wartości parametrów $x_{X,c}^0(n)$ oraz $y_{X,c}^0(n)$, średnią długość kolejki zasobu wtórnego q^0 klasy c można określić zgodnie z wzorem (6.10) jako:

$$q_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{V^0}{Z_0}+1}^{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0} [x_{X,c}^0(n) - y_{X,c}^0(n)] t_{X,c} [P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}. \quad (6.21)$$

Średnia długość kolejki całego zasobu wtórnego dla wszystkich klas c (wyrażona w JA) może więc zostać wyznaczona na podstawie wzoru (6.16) i zapisana jako:

$$q^0 = \sum_{n=\frac{V^0}{Z_0}+1}^{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0} \left(n - \frac{V^0}{Z_0} \right) [P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}, \quad (6.22)$$

lub w postaci sumy długości poszczególnych kolejek $q_{X,c}^0$, zgodnie z wzorem (6.13), jako:

$$q^0 = \sum_{c=1}^m q_{X,c}^0. \quad (6.23)$$

Średni czas oczekiwania zgłoszenia klasy c w kolejce zasobu wtórnego może zostać wyznaczony na podstawie odpowiednio zmodyfikowanego wzoru (6.18):

$$T_{X,c}^0 = \frac{q_{X,c}^0 a^0}{t_{X,c}} (\lambda_{X,c}^0)^{-1}, \quad (6.24)$$

gdzie:

- a^0 – średnia wartość ruchu oferowanego przez wszystkie klasy na jedną jednostkę zasobu wtórnego:

$$a^0 = \frac{\sum_{c=1}^m \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c}}{\frac{V^0}{Z_0}}, \quad (6.25)$$

- $\lambda_{X,c}^0$ – średnia intensywność strumienia przelewanych zgłoszeń klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{\text{Er}, \text{En}, \text{Pa}\}$); z uwagi na stosowane w metodzie Fredericksa-Haywarda przekształcanie strumieni ruchu spływającego na ekwiwalentny ruch Erlangowski średnia intensywność zgłoszeń jest stała i nie zależy od stanu n :

$$\lambda_{X,c}^0 = \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} \mu_{X,c}^0, \quad (6.26)$$

gdzie $\mu_{X,c}^0$ – średnia intensywność strumienia obsługi, wyrażana jako odwrotność średniego czasu obsługi.

Podsumowując metodę wyznaczania parametrów kolejek można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda Multi-FH-Q-q/T

1. Wyznaczenie średniej liczby obsługiwanych zgłoszeń $x_{X,c}^s(n)$ oraz $y_{X,c}^s(n)$ dla każdego z zasobu pierwotnego s – wzór (6.8) oraz (6.7).
2. Wyznaczenie długości kolejek dla każdego zasobu pierwotnego s :

- Wyznaczenie $q_{X,c}^s(n)$ – średniej długości kolejki klasy c ($c \in M$) występującej w stanie zajętości n – wzór (6.6).
 - Wyznaczenie $q_{X,c}^s$ – średniej długości kolejki klasy c ($c \in M$) – wzór (6.10).
 - Wyznaczenie $q^s(n)$ – średniej długości kolejki występującej w stanie zajętości n – wzór (6.11).
 - Wyznaczenie q^s – średniej długości kolejki – wzór (6.16).
3. Wyznaczenie $T_{X,c}^s$ – średniej długości czasu oczekiwania zgłoszenia w kolejce każdego zasobu pierwotnego s – wzór (6.18).
 4. Wyznaczenie parametrów ruchu spływającego zgodnie z metodą V4 opisaną w rozdziale 4.7.
 5. Wyznaczenie średniej liczby obsługiwanych zgłoszeń $x_{X,c}^0(n)$ oraz $y_{X,c}^0(n)$ dla zasobu wtórnego – wzór (6.19) oraz (6.20)
 6. Wyznaczenie długości kolejek zasobu wtórnego:
 - Wyznaczenie $q_{X,c}^0$ – średniej długości kolejki klasy c ($c \in M$) – wzór (6.21).
 - Wyznaczenie q^0 – średniej długości kolejki – wzór (6.22).
 7. Wyznaczenie średniej długości czasu oczekiwania zgłoszenia w kolejce zasobu wtórnego – wzór (6.24).
-

6.5 Weryfikacja dokładności modelu

Przedstawiona w pracy analityczna metoda modelowania systemów kolejowych z przelewem ruchu obsługujących ruch klas typu Erlanga, Engseta oraz Pascala jest metodą przybliżoną. Ocena dokładności opracowanego w ramach rozprawy doktorskiej modelu wyznaczania prawdopodobieństw blokady oraz parametrów kolejek została dokonana poprzez zestawienie rezultatów modelowania analitycznego z danymi otrzymanymi w wyniku przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych.

W nazwach prezentowanych systemów uwzględniono pojemności stosowanych kolejek. Po symbolu Q , oznaczającym system z zastosowaną kolejką, zamieszczone są pojemności kolejek występujących na zasobach pierwotnych, wyrażone w jednostkach alokacji, a wartość ostatnia dotyczy zasobu wtórnego. Systemy złożone tylko z jednego zasobu posiadają oznaczenie tylko jednej, przynależnej do nich kolejki.

Wyniki zostały przedstawione dla 4 wybranych systemów. Pierwszy z nich składał się z pojedynczego zasobu o pojemności V^1 z kolejką Q^1 . System ten został oznaczony jako $1_{Q,60}$ ponieważ kolejka Q^1 o pojemności 60 jednostek alokacji powiązana została z zasobem pierwszym. Systemowi oferowana była mieszanina ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala. Parametry systemu oraz obsługiwanych w nim klas zgłoszeń przedstawione zostały w tabeli 6.1, a rezultaty w postaci prawdopodobieństw blokady na rysunku 6.2. Na rysunku 6.3 zaprezentowana została średnia długość kolejki całego zasobu w systemie nr $1_{Q,60}$ wyrażona w zajmowanych jednostkach alokacji oraz jej podział na średnie długości kolejek poszczególnych klas. Średni czas oczekiwania zgłoszeń poszczególnych klas w kolejce został zaprezentowany na rysunku 6.4.

System przelewowy nr $2_{Q,40,0}$, którego parametry przedstawiono w tabeli 6.2, zbudowano z jednego zasobu pierwotnego, do którego przynależna była kolejka Q^1 o pojemności 40 jednostek alokacji oraz zasobu wtórnego bez kolejki. Otrzymane w wyniku badań rezultaty prawdopodobieństwa blokady dla tego systemu zostały przedstawione na rysunku 6.5. Średnie długości kolejek całego zasobu oraz kolejek z podziałem na klasy dla systemu nr $2_{Q,40,0}$ przedstawiono na rysunku 6.6, a średni czas oczekiwania zgłoszeń klas w zasobie, do którego przynależna była kolejka, przedstawiono na rysunku 6.7.

Parametry systemów przelewowych złożonych z dwóch zasobów pierwotnych oraz zasobu wtórnego zostały kolejno przedstawione w tabeli 6.3 dla systemu nr $3_{Q,0,80,0}$ z kolejką na jednym z zasobów pierwotnych, oraz w tabeli 6.4 dla systemu z takimi samymi parametrami zasobów i obsługiwanych klas, ale z kolejkami na wszystkich zasobach (system nr $3_{Q,20,20,20}$). Prawdopodobieństwa blokady wybranych klas ruchu zostały przedstawione na rysunku 6.8 dla systemu nr $3_{Q,0,80,0}$ oraz na rysunku 6.11 dla systemu nr $3_{Q,20,20,20}$. Średnie długości kolejek systemu nr $3_{Q,0,80,0}$ całego zasobu oraz kolejek z podziałem na klasy przedstawiono na rysunku 6.9, a średni czas oczekiwania zgłoszeń na rysunku 6.10.

Parametry kolejek systemu nr $3_{Q,20,20,20}$ mogą być analizowane dla każdego z zasobów niezależnie. Średnia długość kolejek pierwszego zasobu wtórnego V^1 zaprezentowana została na rysunku 6.12, a średni czas oczekiwania zgłoszeń na rysunku 6.13. Dla drugiego zasobu

TABELA 6.1: Wielosługowy system nr $1_{Q,60}$

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $1_{Q,60}$	$V^1 = 70$ JA $Q^1 = 60$ JA	$t_{Er,1} = 7$ JA	
		$t_{En,2} = 5$ JA	$N_{En,2} = 60$
		$t_{Pa,3} = 4$ JA	$S_{Pa,3} = 80$

TABELA 6.2: Wielosługowy system przelewowy nr $2_{Q,40,0}$

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $2_{Q,40,0}$	$V^1 = 80$ JA $Q^1 = 40$ JA	$t_{Er,1} = 6$ JA	
		$t_{En,2} = 8$ JA	$N_{En,2} = 40$
		$t_{Pa,3} = 4$ JA	$S_{Pa,3} = 60$
	$V^0 = 60$ JA		

TABELA 6.3: Wielosługowy system przelewowy nr $3_{Q,0,80,0}$

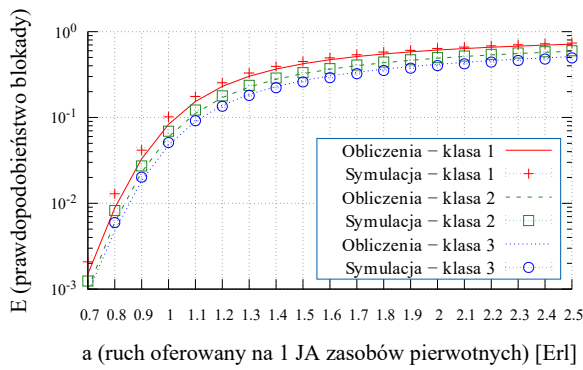
System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $3_{Q,0,80,0}$	$V^1 = 120$ JA	$t_{Er,1} = 8$ JA	
		$t_{En,2} = 6$ JA	$N_{En,2} = 50$
		$t_{Pa,3} = 4$ JA	$S_{Pa,3} = 80$
	$V^2 = 50$ JA $Q^2 = 80$ JA	$t_{Er,4} = 3$ JA	
		$t_{Pa,5} = 5$ JA	$S_{Pa,5} = 60$
		$V^0 = 50$ JA	

TABELA 6.4: Wielosługowy system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$

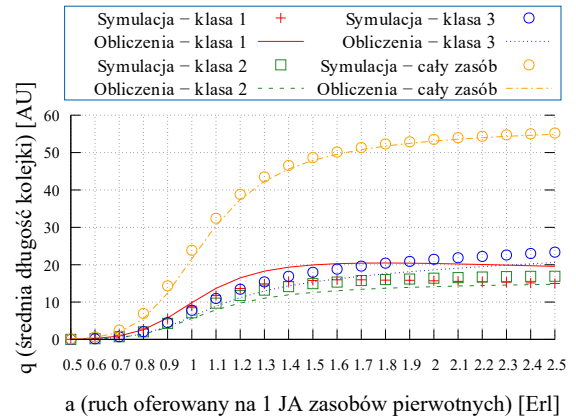
System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $3_{Q,20,20,20}$	$V^1 = 120$ JA $Q^1 = 20$ JA	$t_{Er,1} = 8$ JA	
		$t_{En,2} = 6$ JA	$N_{En,2} = 50$
		$t_{Pa,3} = 4$ JA	$S_{Pa,3} = 80$
	$V^2 = 50$ JA $Q^2 = 20$ JA	$t_{Er,4} = 3$ JA	
		$t_{Pa,5} = 5$ JA	$S_{Pa,5} = 60$
		$V^0 = 50$ JA, $Q^0 = 20$ JA	

wtórnego V^2 średnią długość kolejek przedstawiono na rysunku 6.14, a średni czas oczekiwania zgłoszeń na rysunku 6.15. Parametry kolejek zasobu wtórnego przedstawiono na rysunku 6.16. Zestawienie średnich długości kolejek całych zasobów systemu przedstawiono na rysunku 6.17.

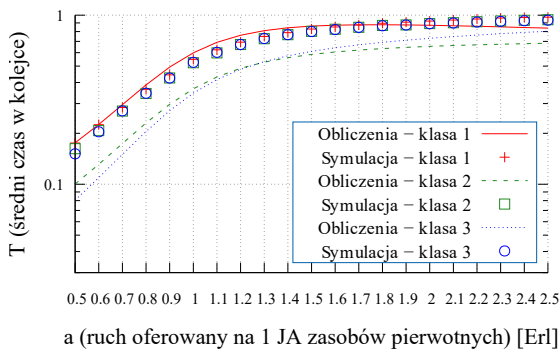
Eksperymenty symulacyjne przeprowadzone zostały dla wartości z zakresu 0,5–2,5 Erlanga natężenia ruchu oferowanego pojedynczej jednostce alokacji zasobu pierwotnego. Dla każdej wartości natężenia wykonane zostało pięć serii symulacji, po 1000000 zgłoszeń każda. Wyniki prezentowane są z uwzględnieniem przedziałów z 95-procentowym poziomem ufności określanych na podstawie rozkładu t - Studenta.



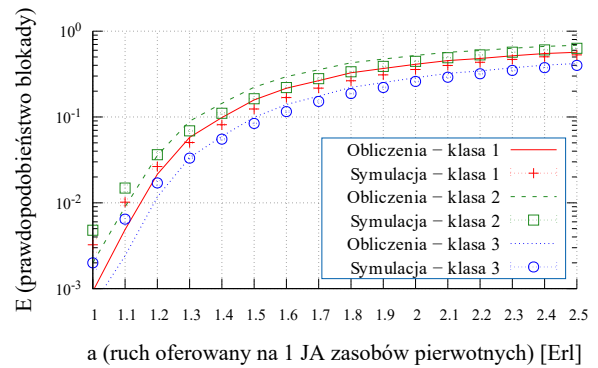
RYSUNEK 6.2: Prawdopodobieństwo blokady w systemie kolejkowym nr $1Q_{,60}$.



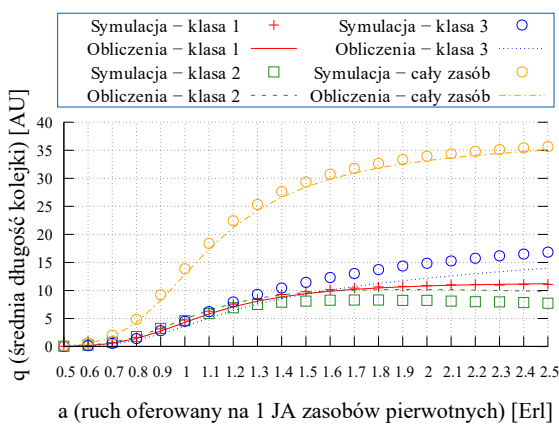
RYSUNEK 6.3: Średnia długość kolejek klas ruchu w systemie nr $1Q_{,60}$.



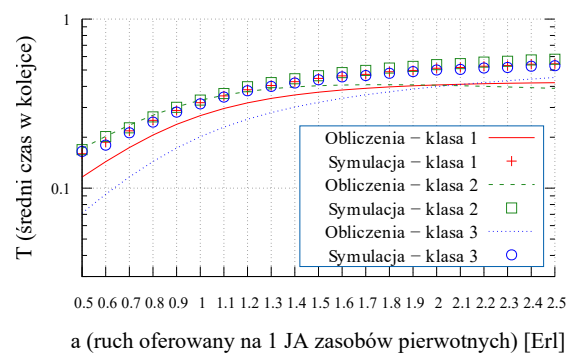
RYSUNEK 6.4: Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu w systemie nr $1Q_{,60}$.



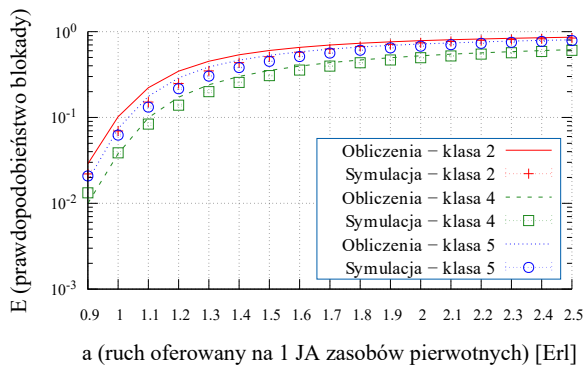
RYSUNEK 6.5: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych systemu kolejkowego nr $2Q_{,40,0}$.



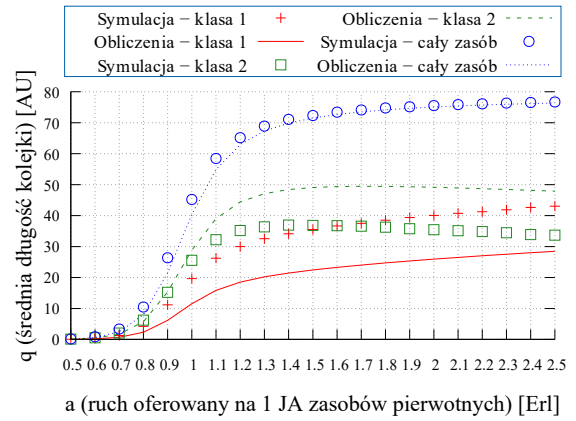
RYSUNEK 6.6: Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $2Q_{,40,0}$.



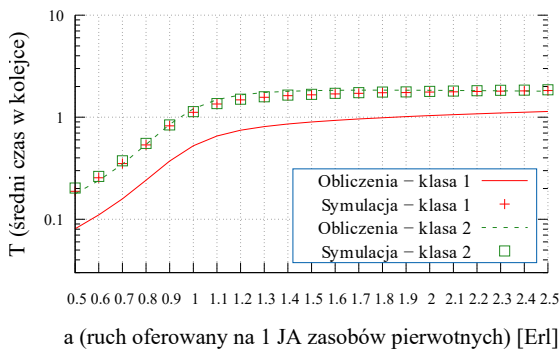
RYSUNEK 6.7: Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $2Q_{,40,0}$.



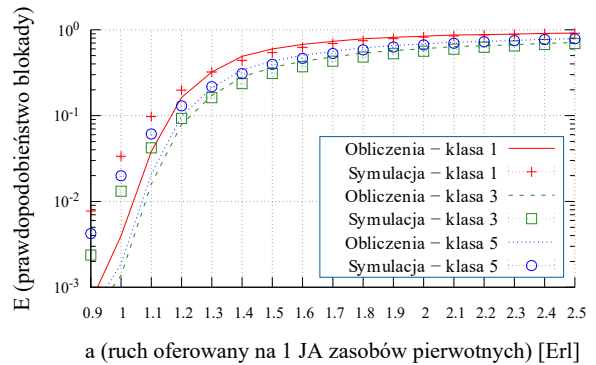
RYSUNEK 6.8: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych systemu kolejkowego nr $3_{Q,0,80,0}$.



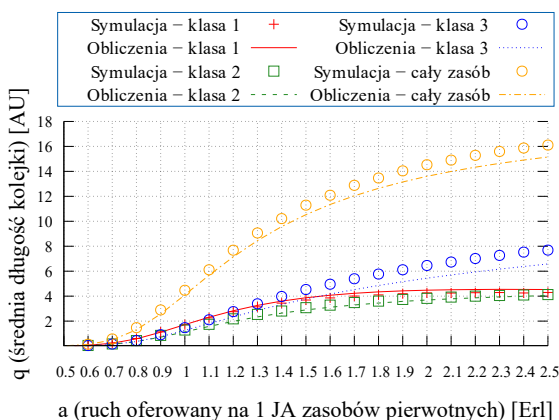
RYSUNEK 6.9: Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3_{Q,0,80,0}$.



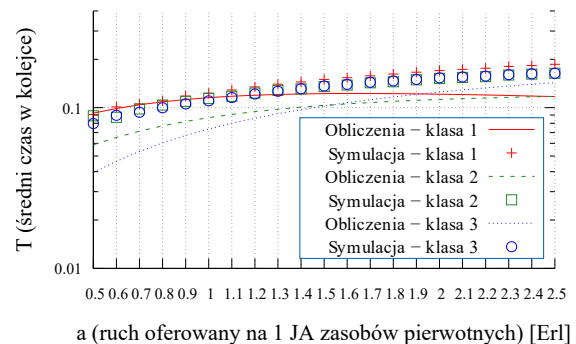
RYSUNEK 6.10: Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3_{Q,0,80,0}$.



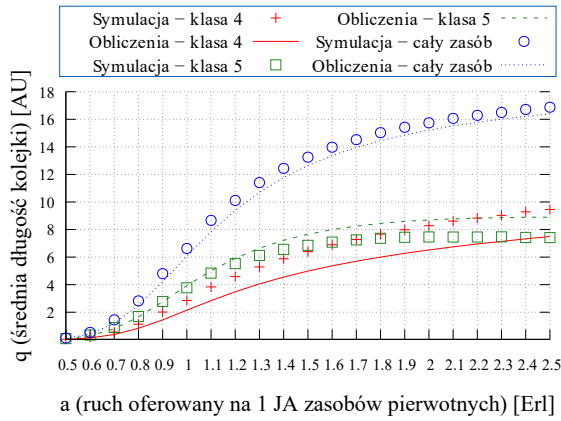
RYSUNEK 6.11: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych systemu kolejkowego nr $3_{Q,20,20,20}$.



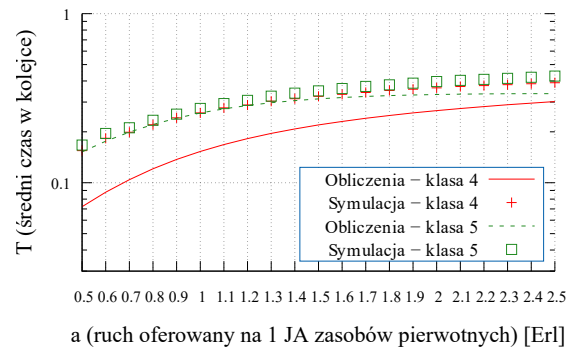
RYSUNEK 6.12: Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$.



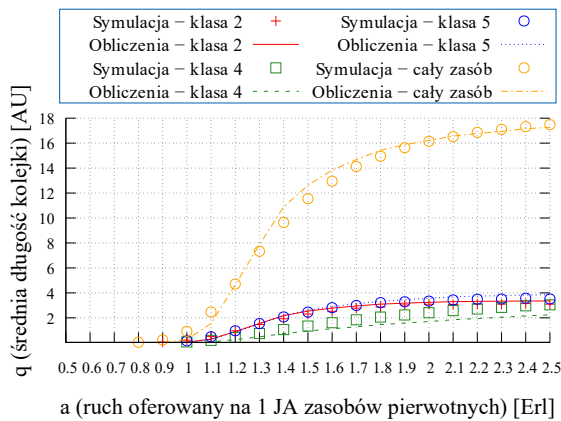
RYSUNEK 6.13: Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^1 , system przelewowy nr $3_{Q,20,20,20}$.



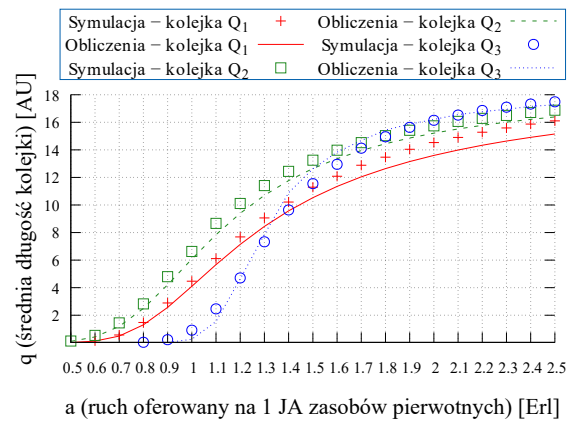
RYSUNEK 6.14: Średnia długość kolejki klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3Q_{20,20,20}$.



RYSUNEK 6.15: Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego V^2 , system przelewowy nr $3Q_{20,20,20}$.



RYSUNEK 6.16: Średnia długość kolejki klas ruchu zasobu wtórnego V^0 , system przelewowy nr $3Q_{20,20,20}$.



RYSUNEK 6.17: Średnia długość kolejki zasobów systemu przelewowego nr $3Q_{20,20,20}$.

Wyniki porównania prawdopodobieństw blokady otrzymanych na podstawie eksperymentów symulacyjnych z wynikami otrzymanymi na podstawie metod obliczeniowych, zaprezentowane na rysunkach 6.2, 6.5, 6.8, 6.11, wskazują na wysoką dokładność prezentowanej metody. Jednocześnie należy zauważyć, że liczba kolejek stosowanych w systemie wpływa bezpośrednio na dokładność otrzymywanych wyników. Jest to obserwowalne tylko dla niewielkich obciążeń niektórych systemów, np. w systemie nr $3Q_{20,20,20}$, w którym zastosowano kolejki na każdym z zasobów. W tym systemie zaobserwować można różnicę w otrzymywanych wynikach dla najmniejszych obciążeń systemu (rysunek 6.11). Są to jednak różnice akceptowalne z punktu widzenia zastosowań inżynierskich.

Dokładność wyznaczanych prawdopodobieństw blokady przekłada się na wyznaczone parametry kolejek. Średnia długość kolejki – zajętych JA w kolejce danego zasobu przez zgłoszenia wszystkich klas – wskazuje na wysoką dokładność metody (rysunki 6.3, 6.6, 6.9, 6.12, 6.14, 6.16). Różnice długości kolejek dla poszczególnych klas obsługiwanych w zasobie wynikają z przybliżenia polegającego na analizie systemu na poziomie makrostanów [57, 58].

Analiza wykresów prezentujących średni czas oczekiwania zgłoszeń poszczególnych klas w kolejce (rysunki 6.4, 6.7, 6.10, 6.13, 6.15) wskazuje, że największą dokładność opracowana metoda wykazuje dla klas żądających największej liczby jednostek alokacji do obsługi zgłoszenia. Ponadto możemy zauważyć, że czasy oczekiwania wyznaczone symulacyjnie są zbliżone dla wszystkich klas obsługiwanych w analizowanym zasobie. Wpływa na to kolejność opuszczania zgłoszeń z kolejki zgodna z FIFO. Zgłoszenie klasy o większych żądaniach, które znajdzie się na pierwszym miejscu do opuszczenia kolejki, wymaga dłuższego czasu oczekiwania na zwolnienie wystarczającej liczby JA w zasobie niż zgłoszenia klas o mniejszych żądaniach. Następne w kolejce zgłoszenia oczekują w niej tak długo, aż do momentu, gdy pierwsza z nich zostanie przyjęta do obsługi oraz w zasobie zwolni się wystarczająca liczba JA do ich obsługi. Czas oczekiwania zgłoszeń każdej klasy rośnie wraz z czasem oczekiwania zgłoszeń żądających największej liczby JA do obsługi. Z inżynierskiego punktu widzenia szacowanie czasu oczekiwania w kolejce zgłoszeń dowolnej klasy może być aproksymowane najdłuższym z czasów oczekiwania wyznaczanym analitycznie dla poszczególnych klas. Należy zauważyć, że jest to pierwsza metoda wyznaczania czasu oczekiwania zgłoszeń w kolejkach zasobów obsługujących ruch wielosługowy.

6.6 Badanie efektywności kolejkowych systemów przelewowych

W celu sprawdzenia efektywności działania kolejek w systemach przelewowych przeprowadzono dodatkowe eksperymenty symulacyjne dla systemów, których parametry zostały przedstawione w tabelach 6.1 – 6.4. W postaci ogólnej, bez podanej wartości pojemności kolejki, systemy te przedstawiono w tabelach 6.5 – 6.7.

TABELA 6.5: Wielosługowy system nr $1_{Q,60}$

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $1_{Q,Q^1}$	$V^1 = 70 \text{ JA}$ Q^1	$t_{Er,1} = 7 \text{ JA}$	
		$t_{En,2} = 5 \text{ JA}$	$N_{En,2} = 60$
		$t_{Pa,3} = 4 \text{ JA}$	$S_{Pa,3} = 80$

TABELA 6.6: Wielosługowy system przelewowy nr $2_{Q,40,0}$

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $2_{Q,Q^1,Q^0}$	$V^1 = 80 \text{ JA}$ Q^1	$t_{Er,1} = 6 \text{ JA}$	
		$t_{En,2} = 8 \text{ JA}$	$N_{En,2} = 40$
		$t_{Pa,3} = 4 \text{ JA}$	$S_{Pa,3} = 60$
	$V^0 = 60 \text{ JA}, Q^0$		

TABELA 6.7: Wielosługowy system przelewowy nr $3_{Q,0,80,0}$

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr $3_{Q,Q^1,Q^2,Q^0}$	$V^1 = 120 \text{ JA}$ Q^1	$t_{Er,1} = 8 \text{ JA}$	
		$t_{En,2} = 6 \text{ JA}$	$N_{En,2} = 50$
		$t_{Pa,3} = 4 \text{ JA}$	$S_{Pa,3} = 80$
	$V^2 = 50 \text{ JA}$ Q^2	$t_{Er,4} = 3 \text{ JA}$	
		$t_{Pa,5} = 5 \text{ JA}$	$S_{Pa,5} = 60$
	$V^0 = 50 \text{ JA}, Q^0$		

W trakcie eksperymentów, na wybranych zasobach pierwotnych i zasobie wtórnym, dostępne były kolejki o pojemnościach 20, 40, 60 lub 80 jednostek alokacji. Przykładowe rozmieszczenie kolejek w rozważanych systemach oraz ich pojemności umieszczono w tabelach 6.8 – 6.10.

TABELA 6.8: Oznaczenia systemu nr 1_Q po uwzględnieniu pojemności kolejki

System	Zasób 1
1_Q	$Q^1 = 0 \text{ JA}$
$1_{Q,20}$	$Q^1 = 20 \text{ JA}$
$1_{Q,40}$	$Q^1 = 40 \text{ JA}$
$1_{Q,60}$	$Q^1 = 60 \text{ JA}$
$1_{Q,80}$	$Q^1 = 80 \text{ JA}$

TABELA 6.9: Oznaczenia systemu nr 2_Q po uwzględnieniu pojemności kolejek

System	Zasób 1	Zasób 0
2_Q	$Q^1 = 0 \text{ JA}$	$Q^0 = 0 \text{ JA}$
$2_{Q,20,0}$	$Q^1 = 20 \text{ JA}$	$Q^0 = 0 \text{ JA}$
$2_{Q,0,20}$	$Q^1 = 0 \text{ JA}$	$Q^0 = 20 \text{ JA}$
$2_{Q,20,20}$	$Q^1 = 20 \text{ JA}$	$Q^0 = 20 \text{ JA}$
$2_{Q,40,0}$	$Q^1 = 40 \text{ JA}$	$Q^0 = 0 \text{ JA}$

TABELA 6.10: Oznaczenia systemu nr 3_Q po uwzględnieniu pojemności kolejek

System	Zasób 1	Zasób 2	Zasób 0
3_Q	$Q^1 = 0 \text{ JA}$	$Q^2 = 0 \text{ JA}$	$Q^0 = 0 \text{ JA}$
$3_{Q,20,20,20}$	$Q^1 = 20 \text{ JA}$	$Q^2 = 20 \text{ JA}$	$Q^0 = 20 \text{ JA}$
$3_{Q,40,0,0}$	$Q^1 = 40 \text{ JA}$	$Q^2 = 0 \text{ JA}$	$Q^0 = 0 \text{ JA}$
$3_{Q,0,0,60}$	$Q^1 = 0 \text{ JA}$	$Q^2 = 0 \text{ JA}$	$Q^0 = 60 \text{ JA}$

Otrzymane w wyniku przeprowadzonych eksperymentów, prawdopodobieństwa blokady dla systemów z kolejkami E_Q zostały zestawione z rezultatami otrzymanymi dla systemów bez kolejek E jako:

$$\delta = \frac{|E - E_Q|}{E} \times 100\%. \quad (6.27)$$

W ten sposób określona została procentowa redukcja prawdopodobieństwa blokady, wynikająca z wprowadzenia kolejek o różnych pojemnościach w analizowanych systemach.

Na rysunkach 6.18 – 6.24 zaprezentowana została redukcja prawdopodobieństw blokady systemów przelewowych wynikająca z zastosowania kolejek w wybranych zasobach pierwotnych lub wtórnych. Niezależnie od miejsca zastosowania kolejkowej pojemności, zawsze zaobserwować można jej pozytywny z punktu widzenia blokady wpływ na cały badany system. Zgłoszenia oferowane danemu zasobowi w momencie występowania jego blokady trafiają do kolejki, w której oczekują na zwolnienie wystarczającej liczby jednostek alokacji zasobu. Pozwala to na wykorzystanie tej części zasobów, które pozostawałyby wolne w momentach niższego obciążenia systemu. Obserwowalny procentowy zysk, wynikający ze stosowania kolejek, maleje wraz ze wzrostem natężenia ruchu oferowanego systemowi, ponieważ maleje wtedy także ilość czasu, w którym zasoby nie podlegają pełnemu obciążeniu. Redukcja prawdopodobieństwa blokady na poziomie 100% oznacza, że zastosowana kolejka pozwoliła całkowicie wyeliminować występowanie blokady. Taka możliwość pojawia się tylko dla bardzo niskich natężeń ruchu.

Redukcję prawdopodobieństwa blokady zgłoszeń oferowanych na system złożony tylko

z jednego zasobu przedstawiono na rysunku 6.18 dla systemu nr 1_Q. Zastosowana kolejka o pojemności 60 JA w największym stopniu wpłynęła na klasę 3, której obsługa zgłoszeń wymaga najmniej jednostek alokacji, a w najmniejszym stopniu na klasę 1, której żądania są największe. Zależność ta jest efektem zmieniającego się stanu zajętości systemu, w którym oczekujące w kolejce zgłoszenia o mniejszych żądaniach częściej trafiają na wystarczającą do obsługi liczbę wolnych jednostek danego zasobu.

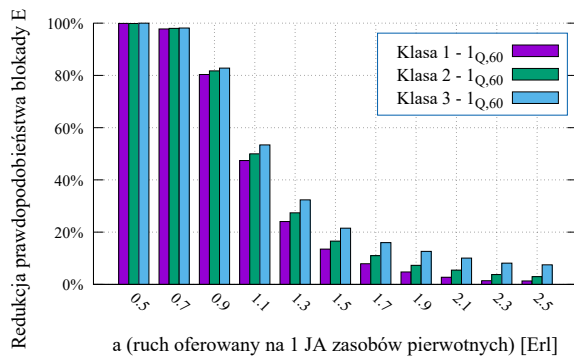
Na rysunku 6.19 zaprezentowano redukcję prawdopodobieństwa blokady w zasobie pierwotnym systemu nr 2_Q po zastosowaniu kolejki o pojemności 40 JA. Podobnie jak w poprzednim przypadku także tutaj można zaobserwować, że wpływ kolejki na ograniczenie prawdopodobieństwa blokady jest zależny od liczby żądanych JA do obsługi zgłoszenia klasy. Rysunek 6.20 przedstawia redukcję prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym tego systemu, w którym nie wprowadzono kolejki. Można na nim zaobserwować, że wprowadzenie kolejki w zasobie pierwotnym zmniejsza prawdopodobieństwo blokady w równym stopniu dla wszystkich klas obsługiwanych w zasobie wtórnym. Zasób pierwotny, na którym zastosowano kolejkę, może pracować w dłuższych okresach z pełnym obciążeniem, przez co liczba zadań spływających na zasoby wtórne jest mniejsza.

W systemie nr 3_Q zastosowane zostały kolejki o pojemności 20 JA zarówno na obu zasobach pierwotnych, jak i na zasobie wtórnym. Wpływ wprowadzonej kolejki na prawdopodobieństwo blokady zasobu pierwotnego V^1 przedstawiono na rysunku 6.21, zasobu pierwotnego V^2 na rysunku 6.22, a zasobu wtórnego V^0 na rysunku 6.23. Ponieważ kolejka występuje na każdym z zasobów, to wpływ kolejki na ograniczenie prawdopodobieństwa blokady zależny od liczby żądanych JA, można zaobserwować na każdym z rysunków 6.21, 6.22 oraz 6.23.

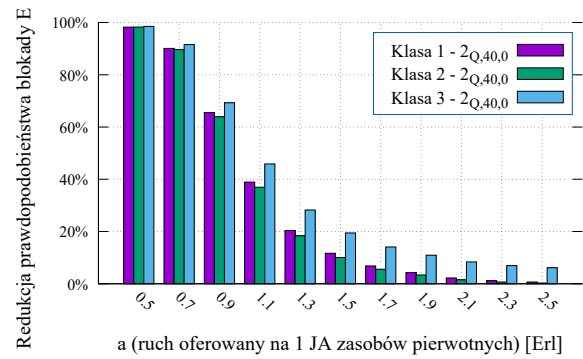
Na rysunku 6.24 przedstawiono porównanie dla klasy 1 systemu nr 2_Q, w którym kolejki o pojemności 20 JA zastosowano kolejno tylko na zasobie pierwotnym, tylko na zasobie wtórnym oraz jednocześnie na zasobie pierwotnym oraz wtórnym. Zastosowanie kolejek na każdym z zasobów pozwala osiągnąć największą redukcję prawdopodobieństwa blokady zgłoszeń, ze względu na maksymalizację wykorzystania każdego z zasobów. Analiza wyników badań symulacyjnych pozwala zaobserwować, że stosowanie kolejki o takiej samej pojemności tylko na jednym z zasobów, najlepiej sprawdza się na zasobach wtórnych, ponieważ jest to zasób, do którego trafiają tylko te zgłoszenia, których obsługa nie była możliwa na zasobach pierwszego wyboru.

Porównanie systemu z kolejką tylko na zasobie wtórnym z systemem, w którym ta sama

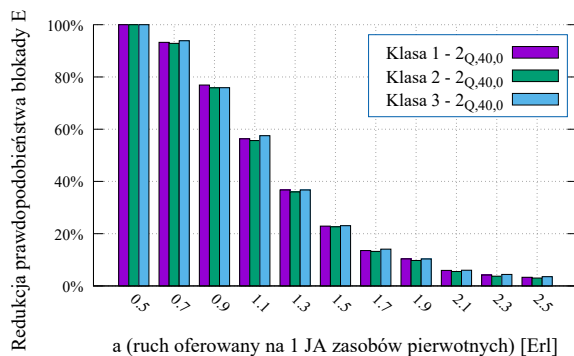
pojemność została rozdzielona na wszystkie zasoby systemu, przedstawiono na rysunku 6.25. Zaobserwować można początkowo większy wpływ dużej pojemności kolejki na zasobie wtórnym, ale wraz ze wzrostem natężenia ruchu oferowanego systemowi, rośnie znaczenie maksymalnego wykorzystania każdego z zasobów systemu, a więc także kolejek zastosowanych na wszystkich zasobach systemu.



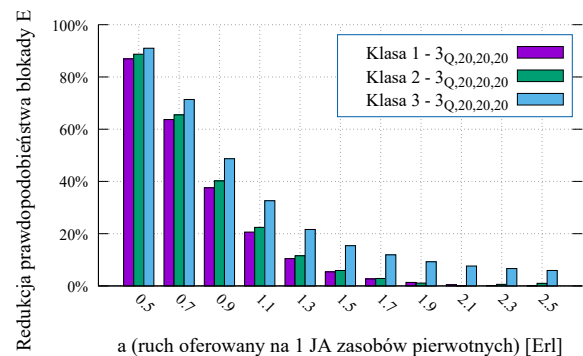
RYSUNEK 6.18: Redukcja prawdopodobieństwa blokady po zastosowaniu kolejki o pojemności 60 JA, w stosunku do systemu bez kolejek nr 1_Q.



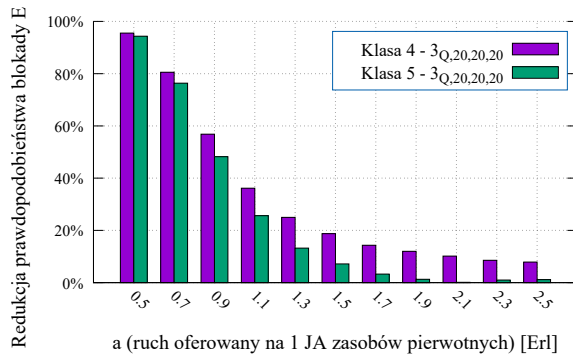
RYSUNEK 6.19: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie pierwotnym po zastosowaniu kolejki o pojemności 40 JA, w stosunku do zasobu bez kolejek w systemie nr 2_Q.



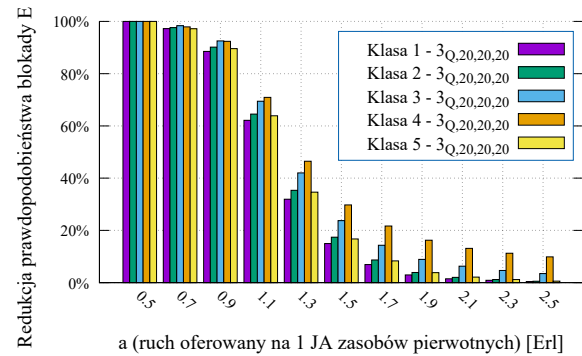
RYSUNEK 6.20: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejki na zasobie pierwotnym o pojemności 40 JA, w stosunku do systemu bez kolejek nr 2_Q.



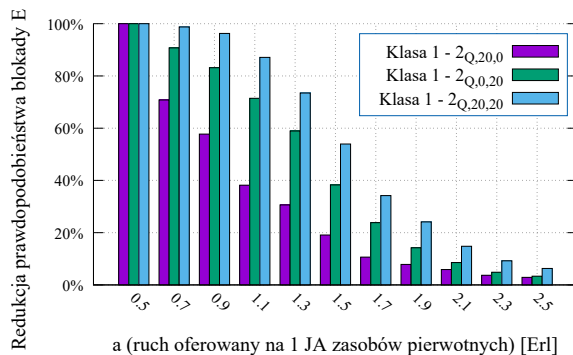
RYSUNEK 6.21: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie pierwotnym V¹ po zastosowaniu kolejki o pojemności 20 JA, w stosunku do zasobu bez kolejek w systemie nr 3_Q.



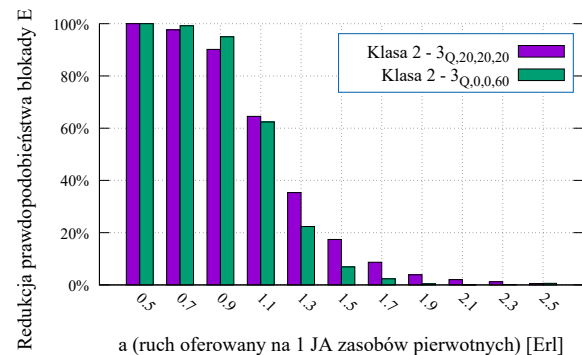
RYSUNEK 6.22: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie pierwotnym V^2 po zastosowaniu kolejki o pojemności 20 JA, w stosunku do zasobu bez kolejki w systemie nr $3Q$.



RYSUNEK 6.23: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejki o pojemności 20 JA na każdym z zasobów, w stosunku do systemu bez kolejki nr $3Q$.



RYSUNEK 6.24: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejki, w stosunku do systemu bez kolejki nr $2Q$.



RYSUNEK 6.25: Redukcja prawdopodobieństwa blokady w zasobie wtórnym po zastosowaniu kolejki, w stosunku do systemu bez kolejki nr $3Q$.

6.7 Ogólny model systemu przelewowego z kompresją progową, bezprogową oraz kolejkami

W rozdziałach 5 oraz 6 przedstawione zostały modele systemów telekomunikacyjnych, w których uwzględniano jednocześnie dwa mechanizmy zarządzania ruchem, tj. połączenie przelewu ruchu wraz z jednym mechanizmów stosowanym zarówno na zasobach pierwotnych, jak i wtórnych: z kompresją bezprogową (rozdział 5.1); z kompresją progową (rozdział 5.2); z kolejkowaniem zgłoszeń (rozdział 6). Duża dokładność tych modeli pozwoliła autorowi rozprawy na zaproponowanie dalszej integracji stosowanych metod. W ten sposób, zaproponowany został ogólny model systemów, w których wykorzystywano jednocześnie mechanizmy kompresji (progowej, jak i bezprogowej), kolejkowanie zgłoszeń oraz przelewu ruchu.

6.7.1 Model systemu

Działanie takiego systemu z wieloma mechanizmami zarządzania ruchem, któremu oferowane są klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala, jest następujące. W zasobach pierwotnych, w przypadku występowania kompresji progowej ustalonej dla danej klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$), wraz ze wzrostem zajętości zasobu n i przejściem do obszaru poprogowego q , zmianie ulega wielkość przydzielanych zasobów $t_{X,c,q}^s$, a w przypadku klas z ruchem elastycznym dodatkowo następuje wydłużenie czasu ich obsługi $\frac{1}{\mu_{X,c,q}^s}$. Dalszy wzrost zajętości zasobu prowadzi do zastosowania kompresji bezprogowej (dla nowych oraz aktualnie obsługiwanych zgłoszeń), której granica określana jest przez stosunek pojemności wirtualnej do rzeczywistej $\frac{V_v^s}{V_r^s}$. Przekroczenie dostępnej pojemności wirtualnej V_v^s , dla zasobu z kolejką Q^s , powoduje umieszczenie w niej nowego zgłoszenia, w oczekiwaniu na zakończenie obsługi aktualnie obsługiwanych zgłoszeń w zasobie. Zgłoszenie przechowywane w kolejce zajmuje liczbę jednostek alokacji zgodną z pierwotną wartością żądania. Wynika to z faktu, że zgłoszenie oczekujące w kolejce nie jest obsługiwane, więc nie może być poddawane kompresji. Dopiero przekroczenie pojemności wirtualnej zasobu V_v^s oraz dołączenie do niego kolejki Q^s powoduje przelew oferowanego zgłoszenia na zasoby wtórne.

W zależności od zastosowanych mechanizmów zarządzania ruchem w zasobie wtórnym, napływające zgłoszenia – wraz z rosnącym obciążeniem zasobu wtórnego – podlegają w pierwszej kolejności kompresji progowej, zgodnie z adaptacyjnym lub elastycznym charakterem obsługi zgłoszenia, następnie kompresji bezprogowej, aż do osiągnięcia jej granicy, a ostatecznie umieszczane są w kolejce Q^0 . Utrata zgłoszenia następuje w sytuacji, gdy żądania zgłoszeń wpływających na zasoby wtórne przekroczą wartość pojemności wirtualnej V_v^0 oraz kolejki Q^0 .

Dla tak zdefiniowanego systemu przelewowego, autor rozprawy zaproponował model analityczny pozwalający określić zarówno rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów pierwotnych, jak i wtórnych, oraz występujące w nich blokady dla poszczególnych klas. Podstawą proponowanego modelu jest wzór (5.1), który pozwala uwzględnić zwiększony zakres stanów zajętości zasobu o stany wynikające z kompresji bezprogowej (zwiększenie pojemności zasobu o wirtualne JA V_w^s) oraz wzór (6.1), który dodatkowo uwzględnia stany zajętości w kolejce o pojemności Q^s JA. Ponadto z uwagi na zastosowanie kompresji progowej, w opracowanym

modelu należy uwzględnić zmieniające się liczby przydzielanych JA zasobu do obsługi zgłoszeń i natężenia oferowanego ruchu w poszczególnych obszarach (wzór (5.11)). Podsumowując przedstawiony model, wzór określający rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów pierwotnych można zapisać następująco:

$$[P_n]_{V_v^s+Q^s} = \frac{1}{\min(n, V_r^s)} \sum_{c=1}^m \sum_{q=0}^{q_c} A_{X,c,q}^s t_{X,c,q}^s \delta_{X,c,q}^s (n - t_{X,c,q}^s) [P_{n-t_{X,c,q}^s}]_{V_v^s+Q^s}, \quad (6.28)$$

gdzie:

- $[P_n]_{V_v^s+Q^s}$ – prawdopodobieństwo znalezienia się systemu w stanie n zajętości,
- V_r^s – pojemność rzeczywista zasobu s ,
- V_v^s – pojemność wirtualna zasobu s ,
- Q^s – pojemność kolejki zasobu s ,
- $t_{X,c,q}^s$ – żądania klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) wyrażone w JA, ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q ,
- $A_{X,c,q}^s$ – średnie natężenie ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanego zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q ,
- $\delta_{X,c,q}^s(n)$ – warunkowy współczynnik przejścia określający aktywną część ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) obszaru progowego q w stanie n – wzór (5.12).

Wprowadzenie definicji średnich wartości natężenia ruchu dla klas typu Erlanga-Engseta-Pascala do wzoru (6.28) oraz uwzględnienie właściwości metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3), pozwala na przedstawienie go w postaci:

$$[P_n]_{V_v^s+Q^s} = \frac{1}{\min(n, V_r^s)} \left(\sum_{i=1}^{m_{Er}} \sum_{q=0}^{q_i} A_{Er,i,q}^s t_{Er,i,q}^s \delta_{Er,i,q}^s [P_{n-t_{Er,i,q}^s}]_{V_v^s+Q^s} + \sum_{j=1}^{m_{En}} \sum_{q=0}^{q_j} N_{En,j}^s \alpha_{En,j,q}^s \sigma_{En,j,q}^s (n - t_{En,j,q}^s) t_{En,j,q}^s \delta_{En,j,q}^s [P_{n-t_{En,j,q}^s}]_{V_v^s+Q^s} + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} \sum_{q=0}^{q_k} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k,q}^s \sigma_{Pa,k,q}^s (n - t_{Pa,k,q}^s) t_{Pa,k,q}^s \delta_{Pa,k,q}^s [P_{n-t_{Pa,k,q}^s}]_{V_v^s+Q^s} \right), \quad (6.29)$$

gdzie:

- $t_{Er,i,q}^s, t_{En,j,q}^s, t_{Pa,k,q}^s$ – żądania klasy i typu Erlanga, klasy j typu Engseta, klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q ,
- $N_{En,j}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy j typu Engseta oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $S_{Pa,k}^s$ – liczba źródeł ruchu klasy k typu Pascala oferowanego zasobowi pierwotnemu s ,
- $\alpha_{En,j,q}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy j typu Engseta w obszarze progowym q ,
- $\beta_{Pa,k,q}^s$ – średnie natężenie ruchu oferowanego zasobowi pierwotnemu s przez jedno wolne źródło klasy k typu Pascala w obszarze progowym q ,
- $\sigma_{En,j,q}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy j typu Engseta oferowanej zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q ,
- $\sigma_{Pa,k,q}^s$ – współczynnik zmian strumienia zgłoszeń klasy k typu Pascala oferowanej zasobowi pierwotnemu s w obszarze progowym q .

W przypadku klas ruchu adaptacyjnego, niezależnie od obszaru progowego q , czas obsługi zgłoszeń nie ulega zmianie. Dlatego występujące we wzorze (6.29) parametry określające natężenia ruchu, dla każdej klasy c , podlegają zależności:

$$\forall 0 \leq q \leq q_c \quad A_{Er,i,q}^s = A_{Er,i}^s, \quad \alpha_{En,j,q}^s = \alpha_{En,j}^s, \quad \beta_{Pa,k,q}^s = \beta_{Pa,k}^s. \quad (6.30)$$

Poziomy obszarów progowych w zasobach systemu definiowane są w taki sposób, by blokada występowała jedynie w ostatnim z nich (q_c), dlatego prawdopodobieństwo blokady klasy c można zapisać jako:

$$E_{X,c}^s = \sum_{n=(V_v^s+Q^s)-t_{X,c,q_c}^s+1}^{V_v^s+Q^s} [P_n]_{V_v^s+Q^s}. \quad (6.31)$$

Zasoby wtórne omawianego systemu przelewowego również podlegają dodatkowym mechanizmom zarządzania ruchem, przez co przy wybranych zasobach mogą znajdować się kolejki, a zgłoszenia obsługiwane są zgodnie z założeniami kompresji bezprogowej oraz progowej dla klas ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego. Ruch przelewowy opisany jest za pomocą parametrów wartości średniej $R_{X,c}$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}$, których wyznaczanie za pomocą metody V4 przedstawiono w rozdziale 4.7. Rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów

wtórnych oparto na modyfikacji metody Fredericksa-Haywarda przedstawionej w rozdziale 3.4, co po uwzględnieniu wprowadzonych metod zarządzania ruchem można zapisać jako:

$$[P_n]_{\frac{V_r^0}{Z_0}+Q^0} = \frac{1}{\min(n, \frac{V_r^0}{Z_0})} \sum_{c=1}^m \sum_{q=0}^{q_c} \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c,q}^0 \delta_{X,c,q}^0 (n - t_{X,c,q}^0) \zeta_{X,c,q}^0 [P_{n-t_{X,c,q}^0}]_{\frac{V_r^0}{Z_0}+Q^0}, \quad (6.32)$$

gdzie:

- $R_{X,c}$ – średnie natężenie ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającego na zasoby wtórne,
- $Z_{X,c}$ – indywidualny współczynnik degeneracji dla klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) spływającej na zasoby wtórne,
- V_r^0 – pojemność rzeczywista zasobu wtórnego,
- V_v^0 – pojemność wirtualna zasobu wtórnego,
- Q^0 – pojemność kolejki zasobu wtórnego s ,
- m – liczba klas oferowanych zasobowi wtórnemu,
- $t_{X,c,q}^0$ – żądania klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) w obszarze progowym q zasobu wtórnego $s = 0$, wyrażone w JA,
- $\delta_{X,c,q}^s(n)$ – warunkowy współczynnik przejścia określający aktywną część ruchu klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) obszaru progowego q w stanie n – wzór (5.12).
- $\zeta_{X,c,q}^0$ – współczynnik określający zmianę czasu obsługi klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) w obszarze progowym q , wyznaczany jako:

$$\zeta_{X,c,q}^0 = \frac{t_{X,c,0}^0}{t_{X,c,q}^0}, \quad (6.33)$$

- Z_0 – zbiorczy współczynnik degeneracji dla wszystkich klas spływających na zasób wtórny. Jeżeli w zasobie wtórnym nie jest stosowana kompresja progowa, to zbiorczy współczynnik degeneracji wyznaczany jest wzorem (3.49), jeżeli przynajmniej jedna z klas poddawana jest kompresji progowej na zasobach wtórnych to stosowany jest przybliżony wzór (5.21).

Prawdopodobieństwo blokady klasy c typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) występujące w zasobie wtórnym omawianego systemu można, na podstawie wzoru (3.51), zapisać jako:

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{v_c^0}{z_0}+Q^0-t_{X,c,qc}+1}^{\frac{v_c^0}{z_0}+Q^0} [P_n]_{\frac{v_c^0}{z_0}+Q^0}. \quad (6.34)$$

Wyznaczanie parametrów kolejek odbywa się zgodnie z metodą przedstawioną w rozdziale 6.4, przy uwzględnieniu rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobów pierwotnych opisanego wzorem (6.29) oraz zasobów wtórnych wzorem (6.32). Prezentowana ogólna metoda pozwala uzyskać wyniki o porównywalnej dokładności do metody uwzględniającej systemy kolejkowe z przelewem ruchu, dlatego wykresy prezentujące średnią długość kolejek oraz średni czas oczekiwania w kolejce nie zostaną tutaj ponownie przedstawiane.

Formalnie działanie metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych z kolejkami oraz bezprogową kompresją ruchu elastycznego, progową kompresją ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego można zapisać w postaci następujących kroków:

Metoda Multi-FH-Q-BE-PA/PE

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady $E_{X,c}^s$ za pomocą metody MIM-NSD-BPP (rozdział 2.3) – przy uwzględnieniu rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobów określonego wzorem (6.29) – dla każdej klasy c ($c \in M$) typu X ($X \in \{Er, En, Pa\}$) oferowanej zasobowi pierwotnemu s .
2. Wyznaczenie fikcyjnych zasobów pierwotnych oraz ekwiwalentnych fikcyjnych zasobów pierwotnych zgodnie z metodą V4 przedstawioną w rozdziale 4.7.
3. Wyznaczanie wartości średniej $R_{X,c}^s$ oraz wariancji $(\sigma^2)_{X,c}^s$ ruchu spływającego z zasobów pierwotnych na podstawie wzorów Riordana (3.3), (3.4).
4. Wyznaczenie indywidualnego współczynnika degeneracji $Z_{X,c}$ dla każdej z klas ruchu – wzór (3.48).

5. Wyznaczanie zbiorczego współczynnika degeneracji Z_0 – jeżeli przynajmniej jedna z klas podlega kompresji progowej na zasobach wtórnych za pomocą wzoru (5.21), w pozostałych przypadkach wzorem (3.49).
6. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego (wzór (6.32)) oraz prawdopodobieństwa blokady klas występującego w zasobie wtórnym (wzór (6.34)) na podstawie metody EFPR–Multi–Fredericks–Hayward przedstawionej w rozdziale 3.4.

6.7.2 Weryfikacja dokładności modelu

Ogólny model systemu przelewowego z obsługą kolejek oraz kompresji bezprogowej, a także progowej klas z ruchem elastycznym, jak i adaptacyjnym jest modelem przybliżonym. Dokładność opracowanej metody zweryfikowano poprzez porównanie wyników otrzymanych metodami analitycznymi z wynikami eksperymentów symulacyjnych. Wyniki przedstawiono dla 5 wybranych systemów przelewowych z obsługą ruchu oferowanego przez klasy typu Erlanga, Engseta oraz Pascala.

Systemy od nr 1_{All} do 3_{All} posiadają takie same parametry obsługiwanych klas ruchu oraz takie same pojemności rzeczywiste zasobów systemu przelewowego. W systemie nr 1_{All} , którego parametry opisano w tabeli 6.11, na zasobie pierwotnym zastosowano kolejkę Q^1 oraz dodatkowe wirtualne jednostki alokacji V_w^1 zwiększające pojemność wirtualną zasobu V_v^1 . Klasy podlegają także kompresji progowej na zasobie pierwotnym. Indeks dolny PE przy opisie parametrów progu danej klasy oznacza progową kompresję ruchu elastycznego, a indeks dolny PA oznacza progową kompresję ruchu adaptacyjnego. W systemie przelewowym nr 2_{All} kolejki oraz kompresję progową i bezprogową zastosowano tylko na zasobach wtórnych, zgodnie z parametrami w tabeli 6.12, a w systemie nr 3_{All} zarówno na zasobach pierwotnych, jak i wtórnych, których parametry przedstawiono w tabeli 6.13. Prawdopodobieństwa blokady obsługiwanych klas ruchu, występujące na zasobie wtórnym systemu nr 1_{All} , zaprezentowano na rysunku 6.26, systemu nr 2_{All} na rysunku 6.27, a prawdopodobieństwa blokady występujące na zasobie pierwotnym oraz wtórnym systemu nr 3_{All} na rysunkach 6.28 oraz 6.29.

Systemy z dwoma zasobami pierwotnymi opisano parametrami podanymi w tabeli 6.14 dla systemu nr 4_{All} oraz w tabeli 6.15 dla systemu nr 5_{All}. System nr 4_{All} jest systemem przelewowym obsługującym ruch klas o skończonej i nieskończonej liczbie źródeł typu Erlanga-Engseta-Pascala, dla którego prawdopodobieństwa blokady występujące na zasobie wtórnym przedstawiono rysunku 6.30. System nr 5_{All} posiada takie same parametry pojemności zasobów oraz obsługiwanych klas, ale dodatkowo w wybranych zasobach wprowadzono kompresje oraz kolejki. Prawdopodobieństwa blokady występujące na zasobach pierwotnych oraz wtórnym systemu nr 5_{All} przedstawiono rysunkach 6.31 – 6.33.

TABELA 6.11: Wielosługowy system przelewowy nr 1_{All}

System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$
nr 1 _{All}	$V_r^1 = 150$ JA $V_v^1 = 180$ JA $Q^1 = 20$ JA	$t_{Er,1} = 6$ JA		$Q_{Er,1,1,PE}^1 = 90$	$t_{Er,1,1,PE}^1 = 4$ JA
				$Q_{Er,1,2,PE}^1 = 130$	$t_{Er,1,2,PE}^1 = 2$ JA
		$t_{Pa,2} = 4$ JA	$S_{Pa,2} = 140$	$Q_{Pa,2,1,PA}^1 = 120$	$t_{Pa,2,1,PA}^1 = 3$ JA
		$t_{En,3} = 3$ JA	$N_{En,3} = 170$	$Q_{En,3,1,PE}^1 = 110$	$t_{En,3,1,PE}^1 = 2$ JA
	$Q_{En,3,2,PE}^1 = 130$			$t_{En,3,2,PE}^1 = 1$ JA	
$V_r^0 = 40$ JA					

TABELA 6.12: Wielosługowy system przelewowy nr 2_{All}

System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$	
nr 2 _{All}	$V_r^1 = 150$ JA	$t_{Er,1} = 6$ JA				
		$t_{Pa,2} = 4$ JA	$S_{Pa,2} = 140$			
		$t_{En,3} = 3$ JA	$N_{En,3} = 170$			
	$V_r^0 = 40$ JA $V_v^0 = 60$ JA $Q^0 = 20$ JA				$Q_{Er,1,1,PE}^0 = 20$	$t_{Er,1,1,PE}^0 = 4$ JA
					$Q_{Er,1,2,PE}^0 = 30$	$t_{Er,1,2,PE}^0 = 2$ JA
					$Q_{Pa,2,1,PA}^0 = 28$	$t_{Pa,2,1,PA}^0 = 3$ JA
					$Q_{En,3,1,PE}^0 = 24$	$t_{En,3,1,PE}^0 = 2$ JA
					$Q_{En,3,2,PE}^0 = 30$	$t_{En,3,2,PE}^0 = 1$ JA

TABELA 6.13: Wielosługowy system przelewowy nr 3_{All}

System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$	
nr 3 _{All}	$V_r^1 = 150$ JA $V_v^1 = 180$ JA $Q^1 = 20$ JA	$t_{Er,1} = 6$ JA		$Q_{Er,1,1,PE}^1 = 90$	$t_{Er,1,1,PE}^1 = 4$ JA	
				$Q_{Er,1,2,PE}^1 = 130$	$t_{Er,1,2,PE}^1 = 2$ JA	
		$t_{Pa,2} = 4$ JA	$S_{Pa,2} = 140$	$Q_{Pa,2,1,PA}^1 = 120$	$t_{Pa,2,1,PA}^1 = 3$ JA	
		$t_{En,3} = 3$ JA	$N_{En,3} = 170$	$Q_{En,3,1,PE}^1 = 110$	$t_{En,3,1,PE}^1 = 2$ JA	
	$Q_{En,3,2,PE}^1 = 130$			$t_{En,3,2,PE}^1 = 1$ JA		
	$V_r^0 = 40$ JA $V_v^0 = 60$ JA $Q^0 = 20$ JA				$Q_{Er,1,1,PE}^0 = 20$	$t_{Er,1,1,PE}^0 = 4$ JA
					$Q_{Er,1,2,PE}^0 = 30$	$t_{Er,1,2,PE}^0 = 2$ JA
					$Q_{Pa,2,1,PA}^0 = 28$	$t_{Pa,2,1,PA}^0 = 3$ JA
					$Q_{En,3,1,PE}^0 = 24$	$t_{En,3,1,PE}^0 = 2$ JA
				$Q_{En,3,2,PE}^0 = 30$	$t_{En,3,2,PE}^0 = 1$ JA	

TABELA 6.14: Wielosługowy system przelewowy nr 4_{All}

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 4 _{All}	$V_r^1 = 90$ JA	$t_{Er,1} = 7$ JA	
		$t_{Pa,2} = 5$ JA	$S_{Pa,2} = 85$
		$t_{Er,3} = 3$ JA	
	$V_r^2 = 100$ JA	$t_{Er,4} = 4$ JA	
		$t_{En,5} = 6$ JA	$N_{En,5} = 90$
	$V_r^0 = 70$ JA		

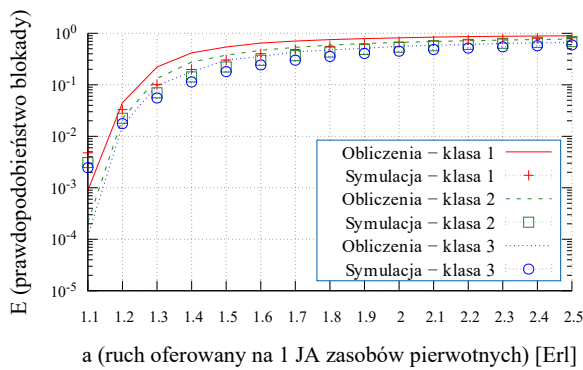
TABELA 6.15: Wielosługowy system przelewowy nr 5_{All}

System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$	
nr 5 _{All}	$V_r^1 = 90$ JA $V_v^1 = 120$ JA	$t_{Er,1} = 7$ JA		$Q_{Er,1,1,PE}^1 = 50$	$t_{Er,1,1,PE}^1 = 5$ JA	
				$Q_{Er,1,2,PE}^1 = 70$	$t_{Er,1,2,PE}^1 = 4$ JA	
		$t_{Pa,2} = 5$ JA $t_{Er,3} = 3$ JA	$S_{Pa,2} = 85$		$Q_{Pa,2,1,PA}^1 = 70$	$t_{Pa,2,1,PA}^1 = 2$ JA
	$V_r^2 = 100$ JA $Q^2 = 20$ JA	$t_{Er,4} = 4$ JA $t_{En,5} = 6$ JA	$N_{En,5} = 90$	$Q_{Er,4,1,PE}^2 = 70$	$t_{Er,4,1,PE}^2 = 2$ JA	
				$Q_{En,5,1,PA}^2 = 70$	$t_{En,5,1,PA}^2 = 3$ JA	
	$V_r^0 = 70$ JA $V_v^0 = 100$ JA $Q^0 = 20$ JA			$Q_{Er,1,1,PE}^0 = 30$	$t_{Er,1,1,PE}^0 = 5$ JA	
				$Q_{Er,1,2,PE}^0 = 45$	$t_{Er,1,2,PE}^0 = 3$ JA	
				$Q_{Pa,2,1,PA}^0 = 40$	$t_{Pa,2,1,PA}^0 = 3$ JA	
				$Q_{Er,3,1,PE}^0 = 50$	$t_{Er,3,1,PE}^0 = 2$ JA	
				$Q_{Er,4,1,PE}^0 = 50$	$t_{Er,4,1,PE}^0 = 2$ JA	
				$Q_{En,5,1,PA}^0 = 30$	$t_{En,5,1,PA}^0 = 4$ JA	
		$Q_{En,5,2,PA}^0 = 50$	$t_{En,5,2,PA}^0 = 1$ JA			

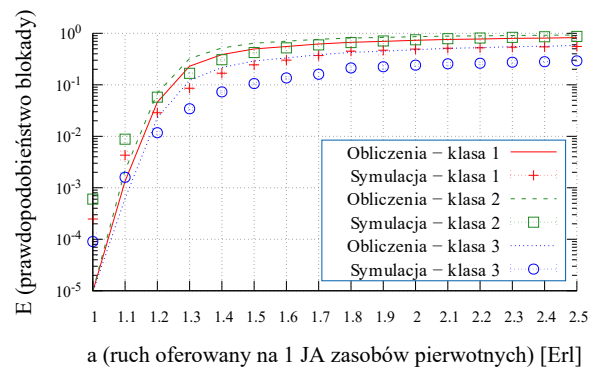
Dla każdej wartości natężenia ruchu z zakresu 0,5 – 2,5 Erlanga, oferowanego pojedynczej jednostce alokacji zasobu pierwotnego, wykonano pięć serii symulacji, każda po 1000000 zgłoszeń. Wyniki przedstawiono uwzględniając 95-procentowe przedziały ufności wyznaczane za pomocą rozkładu t - Studenta.

Zaprezentowane wyniki przeprowadzonych badań potwierdzają wysoką dokładność metody zaproponowanej przez autora rozprawy, pozwalającej na wyznaczenie – już na etapie modelowania sieci – rozkładu prawdopodobieństwa zajętości, prawdopodobieństwa blokady klas oraz parametrów kolejek w systemach przelewowych, w których możliwe jest jednoczesne, a także wybiórcze stosowanie kompresji progowej i bezprogowej oraz kolejek.

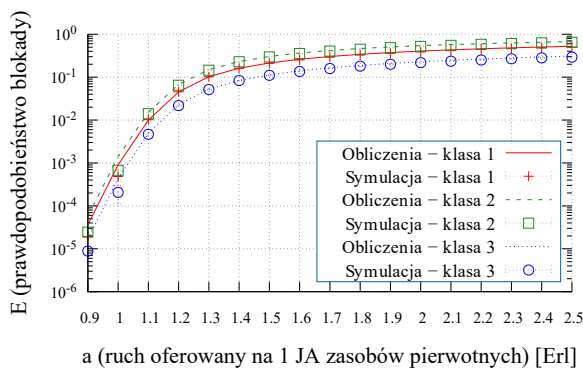
Wszystkie przedstawione w rozprawie modele systemów przelewowych, potwierdzają wysoką uniwersalność metody Fredericksa-Haywarda. Duża dokładność metod ma również znaczenie w kontekście modelowania innych systemów, którym oferowany jest ruch ze współczynnikiem Z różnym od 1 (różne od jedności wartości parametru Z mogą wynikać np. z właściwości źródeł ruchu). Pozwala to stwierdzić, że metodę Fredericksa-Haywarda można z powodzeniem stosować nie tylko podczas modelowania zasobów wtórnych systemów z przelewem ruchu, ale także można ją zastosować do modelowania systemów niezależnie od źródeł pochodzenia ruchu, pod warunkiem znajomości parametrów umożliwiających wyznaczenie współczynnika Z .



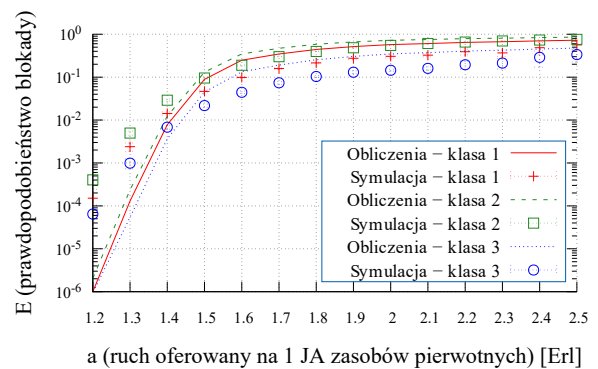
RYSUNEK 6.26: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 1_{AII}.



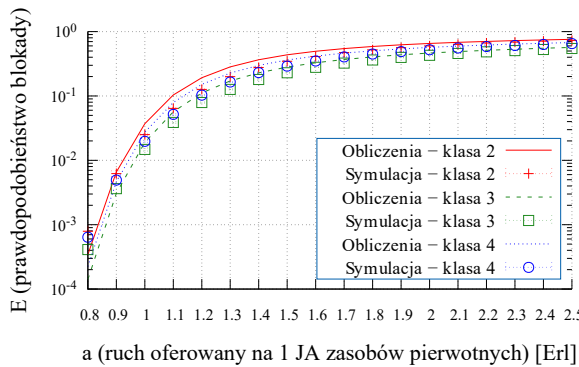
RYSUNEK 6.27: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2_{AII}.



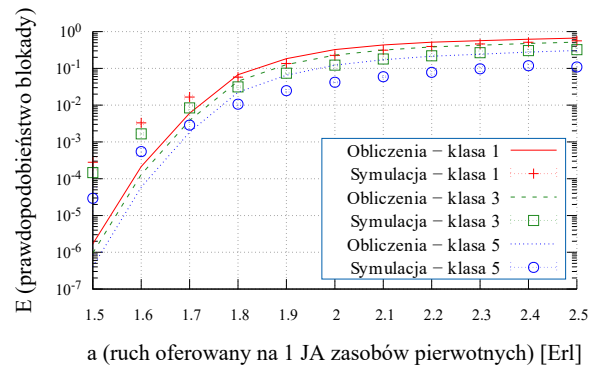
RYSUNEK 6.28: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach pierwotnych, system przelewowy nr 3_{AII}.



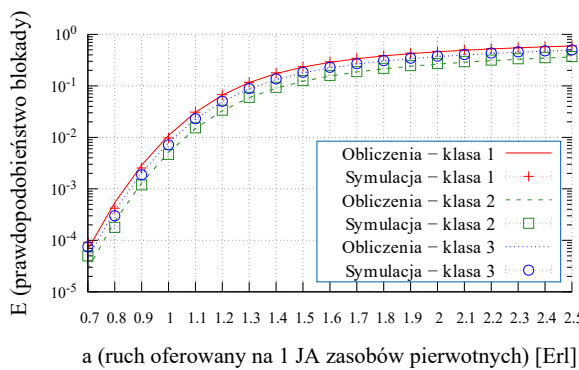
RYSUNEK 6.29: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 3_{AII}.



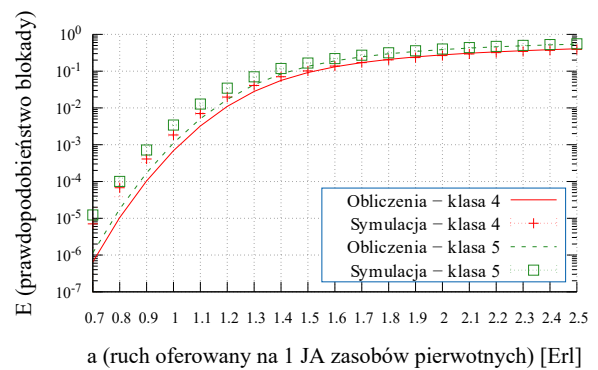
RYSUNEK 6.30: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 4_{All} .



RYSUNEK 6.31: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 5_{All} .



RYSUNEK 6.32: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach pierwotnych V^1 , system przelewowy nr 5_{All} .



RYSUNEK 6.33: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach pierwotnych V^2 , system przelewowy nr 5_{All} .

Rozdział 7

Symulator systemów kolejkowych z przelewem ruchu

Symulacja komputerowa jest narzędziem pozwalającym na wykonywanie eksperymentów w środowisku wirtualnym będącym odwzorowaniem działania istniejącego lub projektowanego systemu rzeczywistego. Symulator jest narzędziem analizy reprezentującym wzajemnie oddziałujące elementy systemu w postaci programu komputerowego [102, 144]. Symulacja komputerowa sprawdza się wszędzie tam, gdzie weryfikowanie założeń projektowych w rzeczywistym systemie byłoby ekonomicznie nieuzasadnione. Budowa systemu rzeczywistego w przypadku sieci telekomunikacyjnych, nawet w przypadku małych sieci, wiązałaby się z długim czasem realizacji oraz wysokimi kosztami.

Model symulacyjnego wymaga sformułowania problemu, którego weryfikacji będzie służył, zakresu prowadzonych badań, a także przyjętych założeń dotyczących działania modelu [51, 102]. Ze względu na brak wpływu czynników zewnętrznych na system, możliwa jest ocena wyselekcjonowanych modyfikacji badanego systemu poprzez wielokrotne uruchamianie symulacji dla tych samych warunków przy zmianie zaledwie jednego parametru. Uzyskane rezultaty eksperymentów symulacyjnych są łatwe do przechowywania i analizy, ponieważ można je zapisywać w plikach wybranego formatu. Programy do symulacji komputerowych pozwalają otrzymać w bardzo krótkim czasie, nawet kilku minut, informacje porównywalne z możliwymi do zebrania w efekcie miesięcy działania systemu rzeczywistego. Czas prowadzenia eksperymentów symulacyjnych zależy od złożoności systemu, dostępnych zasobów obliczeniowych, a także od wymaganej dokładności wyników.

Narzędzia symulacyjne projektowane są w taki sposób, by podczas eksperymentu symulacyjnego nie było możliwości wprowadzania zmian. Konfiguracja systemu oraz parametrów

eksperymentów odbywa się przed uruchomieniem samego procesu symulacji, a wyniki zapisywane są po jego zakończeniu. Wszystko to sprawia, że symulacja komputerowa jest podstawową metodą badania oraz weryfikacji opracowywanych nowych modeli analitycznych nie tylko w telekomunikacji ale również w innych dziedzinach.

7.1 Projektowanie symulatora

Analiza dokładności opracowanych w ramach rozprawy modeli analitycznych, przeprowadzona została za pomocą badań symulacyjnych. W tym celu autor rozprawy zaprojektował symulator będący odwzorowaniem działania systemu telekomunikacyjnego oraz realizujący wdrażane założenia. Program został zaimplementowany w języku programowania C# na platformie programistycznej *Microsoft .NET* z interfejsem zaprojektowanym w strukturze WPF (ang. Windows Presentation Foundation) w języku XAML (ang. eXtensible Application Markup Language). Projekt został wykonany zgodnie z architekturą wzorca MVVM (ang. Model-View-ViewModel) z rozdziałem budowy interfejsu od kodu funkcjonalnego.

Podstawowym elementem badanego systemu telekomunikacyjnego jest wielousługowy zasób pełnodostępny, któremu oferowane są niezależne strumienie ruchu typu Erlanga, Engseta oraz Pascala. Obsługa zdarzeń realizowana jest poprzez symulację dyskretną z czasem ciągłym, co oznacza, że aktywność źródeł, a także zajętość zasobów zmieniają się w sposób skokowy w dowolnych momentach czasu. Pomiedzy tymi momentami stan systemu się nie zmienia. Do organizacji zdarzeń w zakładany sposób wykorzystana została metoda planowania zdarzeń [144]. Przyjęcie zgłoszenia do obsługi przez zasób jest zdarzeniem warunkowym, ponieważ zależy od stanu aktualnie wolnych zasobów systemu, natomiast zakończenie jego obsługi jest zdarzeniem czasowym, ponieważ zwalnianie zasobów, nie wymaga spełnienia dodatkowych warunków. Podstawą działania metody jest uporządkowana w czasie lista nadchodzących zdarzeń w postaci nowych zgłoszeń do systemu oraz momentów zakończeń obsługi zgłoszeń. Tak prowadzona lista uwzględnia jedynie zależność od czasu. Parametry zgłoszenia danej klasy, takie jak typ czy żądania, sprawdzane są w momencie jego wystąpienia. Wtedy też, na podstawie aktualnego stanu zajętości systemu, następuje decyzja o przyjęciu zgłoszenia do obsługi. Rozpoczęcie obsługi powoduje zajęcie zasobów oraz losowanie czasu wystąpienia zakończenia obsługi. Wystąpienie zdarzenia zakończenia obsługi powoduje zwolnienie zasobów systemu. Dodanie nowego elementu na liście wywołuje jej ponowne posortowanie

względem czasu. Symulowany system obsługuje zawsze najbliższe zdarzenie, a po wykonaniu zadań z nim związanych następuje jego usunięcie z listy. Czas reprezentowany jest w postaci wartości względnych w postaci czasu pozostałego do wystąpienia zdarzenia. Po przejściu do najbliższego elementu listy, aktualny czas systemowy jest zwiększany o zapisaną wartość czasu do zdarzenia, a następnie zmniejszane są o nią czasy wszystkich zdarzeń na liście, przez co w aktualnie obsługiwanym zdarzeniu wartość ta zawsze wynosi zero.

7.2 Generator liczb losowych

Symulator jest narzędziem odwzorowującym działanie systemu rzeczywistego, w którym zdarzenia pojawiają się w momentach losowych układających się w charakterystyczne rozkłady. Podobny mechanizm zachodzi w występujących długościach czasu obsługi zgłoszenia czy też podczas wyboru zajmowanych zasobów systemu podczas przyjęcia zgłoszenia. Generowanie liczb prawdziwie losowych w urządzeniach cyfrowych jest złożonym zagadnieniem, któremu poświęconych jest wiele badań [94, 141, 143, 154, 157] i wymagałoby rozbudowy systemu wirtualnego o zewnętrzne urządzenia, np. generator sprzętowy, co wprowadzałoby dodatkowe ograniczenia szybkości wykonywania symulacji. W praktyce stosuje się generatory liczb pseudolosowych wykonujących serię operacji na wybranej wartości początkowej, zależnej od dobranych parametrów, przez co użytkownikowi systemu trudno przewidzieć jaka będzie kolejna liczba [144]. Podstawowy generator powinien zwracać wartości liczb rzeczywistych z przedziału $(0, 1)$ oraz wykazywać pewne cechy (np. założony rozkład) [145] dla prawidłowego działania. Kolejne liczby powinny być losowane z wysoką szybkością i niskimi wymaganiami co do zasobów obliczeniowych komputera. Okres, po którym wartości zaczną się powtarzać powinien być wystarczająco długi, by nie miało to wpływu na działanie systemu. Ponadto, podciągi generowanego ciągu nie mogą być ze sobą skorelowane. Od generatora wymagana jest powtarzalność i przenośność, a więc możliwość wygenerowania kolejnej liczby danego ciągu na podstawie aktualnie podanej wartości na jego wejście. Takie podejście pozwala na powtarzanie testów i oczekiwanie porównywalnych efektów.

7.2.1 Generator liczb o rozkładzie równomiernym

Podstawowym generatorem liczb pseudolosowych w symulatorze jest generator liczb o rozkładzie równomiernym $U \in (0, 1)$, będący bazą dla generatorów o innych rozkładach.

Do wyznaczenia liczb wykorzystany został opisany wzorem (7.1) generator liniowy multiplikatywny, zaproponowany w pracy [90]:

$$X_{n+1} = (aX_n) \bmod m, \quad (7.1)$$

gdzie:

- $a = 16807$,
- $m = 2^{31} - 1 = 2147483647$.

Rozpoczęcie pracy generatora liczb losowych wymaga zainicjowania go wartością początkową, tzw. ziarnem. W symulatorach jako wartość inicjującą stosuje się najczęściej aktualny czas systemu lub wartość zwracaną przez inny, prostszy generator. W pracy przyjęto inicjowanie symulatora wartością czasu systemowego. Wartości uzyskane za pomocą wzoru (7.1) tworzą ciąg liczb z zakresu $\langle 0, m - 1 \rangle$. Zamiana na liczby rzeczywiste z zakresu $\langle 0, 1 \rangle$ wymaga podzielenia otrzymywanych wartości X_n przez wartość m . Tak uzyskany ciąg liczb pozwala generować liczby z dowolnego zakresu $\langle 0, X - 1 \rangle$ przy utrzymaniu wysokiego okresu losowanych wartości wynoszącego m . W tym celu każdą otrzymaną liczbę rzeczywistą z zakresu $\langle 0, 1 \rangle$ należy pomnożyć przez wymaganą liczbę generowanych wartości X , a następnie zaokrąglić w dół.

7.2.2 Generator liczb o rozkładzie wykładniczym

Metoda odwracania dystrybuanty pozwala na podstawie generatora liczb $U \in \langle 0, 1 \rangle$ o rozkładzie równomiernym wyznaczyć nowy ciąg liczb X o wybranym rozkładzie [151]. Metoda ta wymaga istnienia funkcji odwrotnej do dystrybuanty szukanego rozkładu prawdopodobieństwa. Dla zmiennej X o funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(x)$, której dystrybuanta jest ciągła i ściśle rosnąca, przyjęcie zależności $X = F^{-1}(U)$ prowadzi do wyznaczenia wartości dystrybuanty równej $F(X)$. Dla rozkładu wykładniczego dystrybuanta wynosi:

$$\begin{aligned} F(X) &= 1 - e^{-\lambda x} && \text{dla } \lambda > 0, x \geq 0, \\ F(X) &= 0 && \text{dla } x < 0. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Na podstawie wcześniejszych założeń dla $x \geq 0$ pozwala to zapisać odwrotność dystrybucyjności jako:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u), \quad (7.3)$$

gdzie:

- X jest kolejną liczbą o rozkładzie wykładniczym zwracaną przez generator,
- u jest kolejną wartością wyznaczoną przez generator wykładniczy. Ponieważ u jest liczbą losową o rozkładzie równomiernym w przedziale $(0, 1)$, wartość $(1 - u)$ można zastąpić inną liczbą z tego samego przedziału, o takim samym rozkładzie, co upraszcza wzór (7.3) do:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln(u). \quad (7.4)$$

7.3 Zasób pełnodostępny i strumienie Erlanga-Engseta-Pascala

Modelowany w symulatorze pełnodostępny wielosługowy zasób pierwotny obsługuje ruch oferowany przez klasy typu Erlanga, Engseta oraz Pascala. Zarówno pojemność zasobu, jak i żądania zgłoszeń poszczególnych klas wyrażane są w liczbie JA. Czasy obsługi zgłoszeń przyjętych do obsługi losowane są w momencie przyjęcia ich do systemu oraz mają charakter wykładniczy.

Zgłoszenia klas typu Erlanga generowane są przez liczbę źródeł, których suma żądań znacznie przekraczałyby dostępne zasoby, co w praktyce definiuje się jako nieskończoną liczbę źródeł. Takie podejście pozwala na generowanie zgłoszeń niezależnie od stanu zajętości zasobu. Podczas inicjacji symulacji na liście zdarzeń wpisywane jest jedno zgłoszenie klasy z przypisanym generatorem wykładniczym o zadanej intensywności λ . W momencie pojawienia się zgłoszenia na wejściu zasobu, generowany jest czas wystąpienia kolejnego, które następnie dopisywane jest do listy. Przyjęcie lub odrzucenie aktualnego zgłoszenia nie ma wpływu na wygenerowanie kolejnego, dlatego rozkład wykładniczy czasów pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami danej klasy także nie zależy od aktualnego stanu zasobu.

Klasy typu Engseta charakteryzują się ograniczoną liczbą N źródeł ruchu. Podczas inicjacji symulacji na liście zdarzeń wpisywane jest N zgłoszeń. Aktywne źródło generuje kolejne zgłoszenia w odstępach czasu o rozkładzie wykładniczym z zadaną intensywnością $\frac{\lambda}{N}$. W momencie przyjęcia danego zgłoszenia do obsługi, jego źródło przechodzi w stan zajętości. W czasie

obsługi danego zgłoszenia źródło pozostaje nieaktywne i nie generuje nowych zgłoszeń. Dopiero w momencie zakończenia obsługi zgłoszenia nastąpi wylosowanie czasu wystąpienia kolejnego (nowego zgłoszenia). Intensywność strumienia zgłoszeń zależy od aktualnej liczby aktywnych źródeł, więc zmniejsza się wraz z przyjmowaniem kolejnych zgłoszeń do obsługi.

Strumienie typu Pascala także posiadają ograniczoną liczbę S źródeł ruchu. Jednak w przeciwieństwie do klas typu Engseta, liczba aktywnych źródeł wzrasta wraz z każdym przyjętym zgłoszeniem do obsługi. W początkowym etapie symulacji na liście zdarzeń wpisywane jest S zgłoszeń pochodzących od każdego ze źródeł z przypisanymi generatorami wykładniczymi o zadanej intensywności $\frac{\lambda}{S}$. W momencie pojawienia się zgłoszenia na wejściu symulatora generowany jest czas wystąpienia następnego, które wpisywane jest na listę. W przypadku przyjęcia zgłoszenia do obsługi, dopisywane jest do niego nowe źródło powiązane. Dla nowo powstałego źródła także generowany jest czas do wystąpienia zgłoszenia, które dopisane jest do listy. Reguła ta dotyczy także kolejnych źródeł pochodnych, przez co zależności mogą być wielopoziomowe. Zakończenie obsługi danego zgłoszenia skutkuje usunięciem powiązanych z nim źródeł pochodnych, a także wygenerowanych przez nie zgłoszeń na liście, które nie zostały jeszcze przyjęte do obsługi. W rezultacie oznacza to, że zajęcie jednego źródła prowadzi do pojawienia się dwóch wolnych źródeł w systemie, a ich maksymalna liczba jest równa sumie początkowej liczby źródeł oraz liczby zgłoszeń danej klasy, które mogą być obsługiwane w jednym momencie przez zasób. System można także rozpatrywać w postaci analogicznej ze stałą liczbą superźródeł, które generują kolejne zgłoszenia zawsze w momencie przyjęcia poprzedniego zgłoszenia z listy do obsługi. Tak rozpatrywane superźródła nie przechodzą w stan zajętości. Wraz z przyjęciem zgłoszenia do obsługi do danego superźródła przypisywane jest nowe źródło o takim samym rozkładzie odstępów czasu pomiędzy zgłoszeniami. Takie źródło przypisywane jest tylko na czas trwania obsługi danego zgłoszenia i usuwane jest wraz z zakończeniem obsługi.

Dla każdej klasy, każdego strumienia obsługi, a w przypadku klas o ograniczonej liczbie źródeł, także dla każdego źródła przypisany jest oddzielny generator zwracający wartości o rozkładzie wykładniczym. Ponieważ analizowane w pracy zasoby są pełnodostępne, to decyzja dotycząca przyjęcia zgłoszenia do obsługi oparta jest jedynie na podstawie liczby wolnych zasobów. Jeżeli możliwa jest obsługa, to zgłoszenie jest przyjmowane. Wybór jednostek alokacji, znajdujących się w zasobie, wykorzystywanym do obsługi danego zgłoszenia odbywa

się na podstawie losowania generatora równomiernego. Wraz z przyjęciem zgłoszenia losowany jest czas zakończenia obsługi, co dopisywane jest do listy w postaci kolejnego zdarzenia. W momencie wystąpienia zakończenia obsługi wszystkie zasoby zajęte przez zgłoszenie są zwalniane.

7.4 System przelewowy

Wielosługowy system przelewowy zbudowany jest z zasobów pierwotnych oraz wtórnych (rysunek 3.5). Każdy z zasobów w systemach rozpatrywanych w pracy jest wielosługowym pełnodostępnym zasobem obsługującym zgłoszenia klas typu Erlanga, Engseta oraz Pascala. Zaprojektowany przez autora pracy symulator pozwala na definiowanie systemów złożonych z wielu zasobów pierwotnych obsługiwanych w oddzielnych wątkach, z których zgłoszenia nieprzyjęte do obsługi przelewane są na wspólny zasób wtórny. Każdy z zasobów pierwotnych może obsługiwać inną mieszaninę klas ruchu.

W przypadku obsługi klas typu Erlanga w systemach przelewowych sposób generowania kolejnych zgłoszeń nie ulega zmianie, ponieważ nie jest zależny od stanu systemu. Kolejne zgłoszenia generowane są w momencie pojawienia się poprzedniego zgłoszenia na wejściu zasobu pierwotnego. Jeżeli zasób pierwotny posiada wystarczającą dostępną pojemność do obsługi zgłoszenia, to jest ono przyjęte do obsługi. W przeciwnym wypadku, to zgłoszenie przekierowywane jest na zasób wtórny i tam rozpatrywana jest możliwość przyjęcia zgłoszenia do obsługi. Dopiero brak wystarczających zasobów wtórnych powoduje odrzucenie zgłoszenia. W przypadku przyjęcia zgłoszenia do obsługi, pojemności zajmowane są tylko w jednym z zasobów i nie mogą być dzielone. Czas obsługi losowany jest w momencie przyjęcia zgłoszenia do obsługi, niezależnie od zasobu realizującego obsługę. Zakończenie obsługi danego zgłoszenia skutkuje zwolnieniem zajmowanych zasobów.

Klasy o ograniczonej liczbie źródeł wymagają uwzględnienia zajętości źródeł w momencie przyjęcia do obsługi zgłoszenia w zasobie wtórnym. Dla klas typu Engseta przyjęcie zgłoszenia do obsługi w zasobach wtórnych powoduje zmniejszenie liczby aktywnych źródeł w czasie trwania obsługi. W przypadku klasy typu Pascala, wraz z przyjęciem zgłoszenia przez zasoby wtórne pojawia się powiązane z nim nowe źródło, które generuje nowe zgłoszenie oferowane zasobom pierwotnym. Maksymalna liczba źródeł w systemie przelewowym dla klas Pascala jest większa niż w przypadku pojedynczego zasobu i wynosi wartość sumy początkowej liczby

źródeł oraz liczby jednocześnie obsługiwanych zgłoszeń danej klasy Pascala przez zasób pierwotny oraz wtórny.

W symulatorze, operacje wykonywane na wszystkich zasobach systemu organizowane są przez wspólny zegar, dlatego nadchodzące zdarzenia także zostały zorganizowane w postaci pojedynczej listy. Każde zdarzenie na liście jest oddzielnym obiektem posiadającym informacje o klasie oraz zasobie, któremu oferowane będzie zgłoszenie lub w którym aktualnie realizowana jest jego obsługa, co pozwala wywoływać odpowiednie funkcje w programie. Symulacja rozpoczyna się serią testową, podczas której budowana jest lista nadchodzących zdarzeń, zajmowane są zasoby oraz realizowana jest obsługa zgłoszeń. Pozwala to, już podczas badania właściwego, uchwycić system w stanie aktywnego funkcjonowania. Podczas serii testowej inicjowane są wszystkie źródła oraz przyjmowane są pierwsze zgłoszenia do pustego systemu. Następnie uruchamiane jest badanie w postaci 5 serii o czasie pozwalającym obsłużyć co najmniej po 1000000 zgłoszeń w każdej z nich. Jeżeli przedział ufności wyznaczony za pomocą rozkładu t-Studenta nie jest wystarczająco mały względem otrzymanych wartości, czas symulacji wydłużany jest dwukrotnie i symulacja powtarzana jest dla danej wartości ruchu oferowanego a na 1 JA zasobów pierwotnych.

7.5 Mechanizmy zarządzania ruchem

Symulator uwzględnia także zmiany zachodzące w systemie wynikające z wprowadzonych mechanizmów zarządzania ruchem. Jednym z nich jest stosowanie bezprogowej kompresji ruchu elastycznego, która zakłada zmniejszenie wielkości przydzielanych JA do obsługi zgłoszeń wszystkich obsługiwanych klas przy jednoczesnym wydłużeniu ich obsługi, gdy na wejściu w pełni zajmowanego zasobu pojawia się nowe zgłoszenie. W symulatorze zamiast zmniejszania wartości żądań wszystkich obsługiwanych klas, zwiększono pojemność rzeczywistą zasobu V_r o wirtualne jednostki alokacji V_w . Zgłoszenia przyjmowane są do obsługi przez zasób tak, jakby jego pojemność była sumą części rzeczywistej oraz wirtualnej – pojemnością wirtualną $V_v = V_r + V_w$. Maksymalny poziom kompresji wynika ze stosunku całej nowo powstałej pojemności do pojemności rzeczywistej zasobu $\frac{V_v}{V_r}$. Czas obsługi zgłoszeń aktualnie znajdujących się w zasobie wydłużany jest proporcjonalnie do zajętości części wirtualnej pojemności, wyrażanej jako stosunek stanu n do pojemności rzeczywistej V_r . Dla stanu zajętości

systemu nieprzekraczającego części rzeczywistej $n \leq V_r$ czas obsługi zgłoszeń nie jest zmieniany. Pojemność wirtualna definiowana jest oddzielnie dla każdego zasobu, zarówno pierwotnego, jak i wtórnego.

Mechanizm kompresji progowej pozwala na zmianę wielkości przydzielanych JA do obsługi pojedynczych zgłoszeń oraz czasu ich obsługi w zależności od aktualnego stanu systemu. Symulator obsługuje kompresję progową ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego. Ruch elastyczny wydłuża czas obsługi proporcjonalnie do zmniejszonej wartości żądań. W ruchu adaptacyjnym czas obsługi wszystkich zgłoszeń, pomimo zmiany wartości żądań, nie zmienia się. Progi kompresji określają stan zajętości zasobu, w którym następuje zmiana wielkości przydzielanych JA do obsługi zgłoszeń pojawiających się w danym momencie na wejściu systemu, a w przypadku ruchu elastycznego dodatkowo następuje zmiana czasu ich obsługi. Zmiany te nie wpływają na inne zgłoszenia oraz są stałe dla danego zgłoszenia niezależnie od zmian zajętości systemu w czasie jego obsługi. Każda klasa może posiadać wiele progów zmieniających poziom kompresji zgłoszeń klasy. Parametry są niezależne i określone oddzielnie dla każdej z klas w każdym z zasobów. Niezależnie od definicji progów zasobu pierwotnego, w przypadku niewystarczającej pojemności do obsługi zgłoszenia jest ono przelewane w nieskompresowanej postaci. Na zasobie wtórnym może znajdować się zupełnie inna definicja progów dla zgłoszeń danej klasy. Progi tworzą przedziały zajętości systemu, w których pojawiające się zgłoszenia danych klas zmieniają parametry.

Każdy z zasobów w symulowanych systemach posiada możliwość zastosowania kolejek, w których nowe zgłoszenia są zatrzymywane jeżeli stan zajętości zasobu nie pozwala na ich obsłużenie. W momencie zwolnienia zajmowanej pojemności, zgłoszenia z kolejki mają pierwszeństwo w zajmowaniu zasobów. Ze względu na różnice wielkości żądań poszczególnych klas, zwolnienie zasobów przez jedno zgłoszenie może pozwolić na obsługę kilku zgłoszeń oczekujących w kolejce. Pojemność kolejki także jest ograniczona i wyrażana w jednostkach alokacji. Dla systemów przelewowych obsługa zgłoszeń wygląda w następujący sposób. Zgłoszenia oferowane zasobom pierwotnym przyjmowane są do obsługi tak długo jak wolne zasoby na to pozwalają. W przypadku braku wolnych JA, zgłoszenia trafiają do kolejki. W przypadku zajętości zasobu pierwotnego oraz kolejki, kolejne zgłoszenia przelewane są na zasoby wtórne, które także mogą posiadać kolejkę. Dopiero brak możliwości przyjęcia zgłoszenia do obsługi lub kolejki zasobu wtórnego skutkuje odrzuceniem zgłoszenia.

Symulator pozwala na stosowanie wszystkich mechanizmów kształtowania ruchu jednocześnie lub na ich dowolne konfiguracje. Zgłoszenia oferowane pojedynczemu zasobowi podlegają kompresji progowej, dopiero zajętość wszystkich zasobów rzeczywistych pozwala na skorzystanie z zasobów wirtualnych podczas realizacji obsługi. W przypadku braku dostępnych zasobów rzeczywistych oraz wirtualnych zgłoszenie może trafić do kolejki. Wielkości przydzielanych JA do obsługi zgłoszeń wychodzących z kolejki realizowane jest zgodnie z programami ustalonymi przez kompresję progową. Zajętość wszystkich zasobów rzeczywistych, wirtualnych oraz kolejki skutkuje realizacją przelewu zgłoszenia oferowanego systemowi.

7.6 Proces symulacji

Symulator zaprojektowany w ramach rozprawy doktorskiej pozwala na badania zarówno pojedynczych zasobów, jak i systemów przelewowych. Ponieważ program został napisany na platformie *Microsoft .NET Framework*, możliwe jest uruchomienie go na każdym komputerze z aktualnym systemem *Windows*. Aktualizacje symulatora instalowane są automatycznie na wszystkich komputerach po akceptacji przez użytkownika. Projekt symulatora zakładał uzyskanie optymalnego systemu o wysokiej dokładności otrzymywanych wyników w jak najkrótszym czasie, przy jednoczesnym utrzymaniu łatwości obsługi. Symulator w pierwszym kroku pozwala na wybór liczby zasobów, modelu symulacji pojedynczego zasobu lub systemu przelewowego oraz wybór metod analitycznych wyznaczanych jednocześnie dla wybranej konfiguracji symulacji. Następnie, każdy z zasobów można oddzielnie skonfigurować m.in. przez ustawienie:

- zakresu wartości średniej ruchu oferowanego a oraz kroku zmiany wartości, dla których symulacja będzie powtarzana,
- pojemności rzeczywistej oraz wirtualnej zasobu, wyrażonej w jednostkach alokacji,
- pojemności kolejki oraz ewentualnego maksymalnego czasu przebywania zgłoszeń w kolejce,
- liczby serii symulacji oraz czasu ich trwania, a także czasu trwania serii testowej,
- liczby klas oferowanych zasobowi,
- stosunku ruchu oferowanego przez poszczególne klasy ruchu,

- parametrów klas, takich jak żądania t , intensywność zgłoszeń λ , intensywność obsługi μ , typ strumienia ruchu, liczba źródeł, liczba oraz definicja progów.

Parametry, których wartości wzajemnie od siebie zależą, jak np. wartość średnia ruchu oferowanego a , intensywność zgłoszeń λ oraz natężenie ruchu A są przeliczane, po każdej zmianie dowolnego z nich. Minimalizuje to możliwość popełnienia błędu podczas wprowadzania parametrów badanego systemu w programie komputerowym. Parametry klas oraz planowana liczba symulacji (dla każdej wartości średniego ruchu oferowanego a na 1 JA zasobów pierwotnych) odczytywane są na podstawie uruchomionych symulacji zasobów pierwotnych i przekazywane na zasób wtórny, co także zmniejsza prawdopodobieństwo błędnej konfiguracji programu symulacyjnego. Okno konfiguracji pojedynczego zasobu przedstawiono na rysunku 7.1.

Wartość średnia ruchu oferowanego jednej jednostce pasma

a min: 0.5, a max: 2.5, Krok postępu: 0.1

Ilość usuniętych grup (podawane w %): 0

pojemność V PJP: 90, pojemność wirtualna Vvirtual: 100, Czas serii testowej: 1000000, Czas serii właściwej: 1000000, Ilość serii: 5

Pojemn. kolejki PJP: 20, Czas oczekiwania w kolejce: 0

Liczba klas ruchu: 3

Pełnodostępny Włącz różne dla klas

Numer klasy n	Żądane PJP tn	dostępność dn	mikro n	Stosunek ruchu	Lambda n	An	Usunięte grupy %	Rodzaj ruchu	Ilość źródeł	Il. progów	Typ ruchu
n = 1	2	90	1	1	7.5	7.5	0	Erlang	1	1	<input type="checkbox"/> elast.
n = 2	3	90	1	1	5	5	0	Engset	40	3	<input type="checkbox"/> elast.
n = 3	6	90	1	1	2.5	2.5	0	Pascal	50	2	<input checked="" type="checkbox"/> adapt

RYSUNEK 7.1: Okno symulatora do konfiguracji pojedynczego zasobu

Po zakończonej symulacji zapisywane są wyniki szczegółowe dla każdej serii oraz zestawienie wyników całej symulacji w postaci tabeli oraz wykresów. Definiowanie kolejnych systemów, w których zmieniana jest niewielka liczba parametrów, a także powtarzanie serii symulacji zostało ułatwione przez możliwość wczytywania tekstowych plików konfiguracyjnych. Pozwala to na przygotowanie scenariuszy symulacji jeszcze przed uruchomieniem programu. Każde zdarzenie w systemie posiada zbiór informacji m.in. o:

- dokładnych jednostkach alokacji zasobu zajętych przez zgłoszenie, w przypadku, gdy zostanie przyjęte do obsługi,
- klasie, źródle oraz zasobie, z którego pochodzi,
- zdarzeniach powiązanych w przypadku klas typu Pascala,
- czasie pozostającym do wykonania zdarzenia, czasie wylosowanym przez generator, wylosowanym czasie obsługi zgłoszenia, a także czasie przebywania w systemie z uwzględnieniem kolejek oraz kompresji w zasobie pierwotnym oraz wtórnym.

Podobne statystyki prowadzone są dla zasobów, kolejek, klas oraz pojedynczych źródeł, co pozwala uzyskać szczegółowe informacje m.in. o:

- występującej liczbie zgłoszeń oferowanych, obsłużonych, przelewanych, odrzuconych dla każdego źródła indywidualnie, a także łącznie dla każdej klasy oraz dla całego zasobu,
- czasach rozpoczęcia oraz zakończenia blokady, a także łącznym czasie blokady zasobu dla każdej z klas,
- liczbie zgłoszeń trafiających do kolejki oraz ich czasach przebywania w niej dla każdego zasobu oraz z podziałem na klasy oraz pojedyncze źródła,
- średniej długości kolejki,
- średnim czasie obsługi oraz średnim czasie przebywania zgłoszenia w systemie,
- liczbie przejść w stan zajętości oraz zwolnień każdej z pojedynczych jednostek alokacji zasobu przez przyjmowane do obsługi zgłoszenia,
- wartości średniej ruchu przelewane go oraz jego wariancji,
- prawdopodobieństwie blokady oraz straty zgłoszenia danej klasy w systemie,
- przedziałach ufności dla wyznaczonych prawdopodobieństw blokad oraz strat.

Elementów poddawanych analizie podczas symulacji jest oczywiście znacznie więcej, a przygotowana architektura pozwala na dalszą rozbudowę symulatora przy wykorzystaniu zaprojektowanych modułów oraz zaimplementowanych funkcji.

Wraz z modelem symulacyjnym zaimplementowane zostały również wszystkie przedstawione w rozprawie modele analityczne. Dokładność tych modeli zależy od zastosowanych przybliżeń matematycznych, ale także od dokładności zwracanych wartości przez program komputerowy. W trakcie obliczeń mogą powstać liczby na tyle duże, że spowodują przepełnienie reprezentacji bitowej zmiennej, przekraczając jej dopuszczalną maksymalną wartość. Kolejnym problemem są liczby zmiennoprzecinkowe o bardzo małych wartościach, które przez liczbę wykonywanych operacji przy każdorazowym przybliżeniu wynikającym z ograniczonej pojemności zmiennych traciły na dokładności. Wszędzie, gdzie było to możliwe, zastosowano operacje matematyczne pozwalające unikać dużych liczb. Przykładem może być zamiana występującego we wzorze (2.7) wyrażenia $\frac{A^V}{V!}$ kilkoma operacjami na mniejszych liczbach:

$$\frac{A^V}{V!} = \frac{A \cdot A \cdot A \cdot \dots \cdot A \cdot A}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (V-1) \cdot V} = \frac{A}{1} \cdot \frac{A}{2} \cdot \frac{A}{3} \cdot \dots \cdot \frac{A}{V-1} \cdot \frac{A}{V}. \quad (7.5)$$

W sytuacji, gdy wykorzystanie matematycznych zamian nie było wystarczające, zastosowany został nowy typ zmiennych zmiennoprzecinkowych. Biblioteka *System.Numerics* pozwala na stosowanie zmiennej struktury `BigInteger` dla liczb całkowitych bez ograniczeń dotyczących rozmiaru. Fakt ten został wykorzystany do stworzenia nowej struktury pozwalającej na zapis liczb zmiennoprzecinkowych z dowolną dokładnością. W nowej strukturze mantysa zapisywana jest w postaci liczby całkowitej jako zmienna typu `BigInteger`, a jej wykładnik w zmiennej typu `integer`. Taka modyfikacja pozwoliła na prowadzenie obliczeń z dokładnością do 300 miejsc po przecinku z zapisem ostatecznej wartości z przybliżeniem do 15 miejsc z zapisem do zmiennej typu `double`.

Rozdział 8

Podsumowanie

W pracy podjęto rozważania dotyczące wielosługowych systemów przelewowych, w których uwzględniono dodatkowe mechanizmy zarządzania ruchem, zarówno w pierwotnych, jak i wtórnych zasobach systemów telekomunikacyjnych. Jako podstawę do modelowania systemów z przelewem ruchu zastosowano w pracy uogólnienie metody Fredericksa-Haywarda, gdyż cechuje się ona wysoką dokładnością przy jednoczesnym zachowaniu niskiej złożoności obliczeniowej. Modelowanie ruchu przelewowego w systemach wielosługowych z obsługą zgłoszeń klas ruchu Erlanga-Engseta-Pascala zostało oparte na zaproponowanej przez autora nowej metodzie wyznaczania parametrów tego ruchu z wykorzystaniem kryterium dopasowania prawdopodobieństwa blokady. Zaproponowana metoda zapewnia wyższą dokładność modelowania ruchu przelewowego niż metody znane w literaturze przedmiotu. Wśród rozpatrywanych mechanizmów zarządzania ruchem, wprowadzonych we wszystkich zasobach systemu, zastosowano kolejkowanie zgłoszeń, bezprogową kompresję ruchu elastycznego oraz progową kompresję ruchu elastycznego i adaptacyjnego.

Celem rozprawy było opracowanie modeli analitycznych oraz symulacyjnych wielosługowych systemów przelewowych z wymienionymi mechanizmami zarządzania ruchem oraz zbadanie wpływu mechanizmu przelewu ruchu na obciążalność takich systemów. W rozprawie przedstawiono metody pozwalające określić charakterystyki ruchowe strumieni, na poszczególnych etapach ich obsługi, w systemach przelewowych z każdym z rozważanych mechanizmów zarządzania ruchem z osobna, a także przedstawiono ogólny model pozwalający na uwzględnienie wszystkich mechanizmów jednocześnie dla wybranych zasobów oraz klas. Dodatkowo przedstawione zostały metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady oraz parametrów kolejek (średniej długości oraz czasu oczekiwania) wielosługowych zasobów pierwotnych oraz wtórnych systemów przelewowych.

Najważniejsze rezultaty rozprawy można podsumować następująco:

- Opracowano nowy model wielosługowego systemu przelewowego z ruchem Erlanga-Engseta-Pascala zapewniający wzrost dokładności określania parametrów ruchu spływającego.
- Opracowano model wielosługowego systemu przelewowego ruchu elastycznego Erlanga-Engseta-Pascala z kompresją bezprogową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano model wielosługowego systemu przelewowego ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego Erlanga-Engseta-Pascala z kompresją progową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano model wielosługowego systemu przelewowego z ruchem Erlanga-Engseta-Pascala oraz kolejkowaniem zgłoszeń w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano model wielosługowego systemu przelewowego ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego Erlanga-Engseta-Pascala z kolejkowaniem zgłoszeń oraz mechanizmami kompresji progowej i bezprogowej w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano metody wyznaczania średniego czasu oczekiwania zgłoszeń w kolejkach zasobów pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano metody wyznaczania średniej długości kolejki wspólnej dla wszystkich klas ruchu oraz kolejek indywidualnych dla poszczególnych klas zgłoszeń, zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych.

Ocena dokładności proponowanych metod przeprowadzona została z wykorzystaniem autorskich programów symulacyjnych oraz obliczeniowych. Wyniki uzyskiwane na podstawie proponowanych w pracy modeli analitycznych zestawiano z rezultatami przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych. Przeprowadzone badania potwierdziły wysoką dokładność proponowanych metod, co pozwoliło udowodnić postawioną w pracy tezę o treści: *Możliwe jest opracowanie efektywnych modeli analitycznych wielosługowych systemów przelewowych z kolejkowaniem zgłoszeń oraz mechanizmami bezprogowej i progowej kompresji.*

Podsumowując, opracowane w pracy metody, oparte na podejściu Fredericksa-Haywarda, pozwalają na wyznaczanie charakterystyk ruchowych zasobów, którym oferowane są strumienie ruchu wielousługowego o dowolnej wartości współczynnika Z . Potwierdza to uniwersalność proponowanych metod oraz możliwość ich dalszego rozszerzania, np. na systemy przelewowe z niepełnodostępnymi zasobami.

Bibliografia

- [1] 3GPP TR 36.902, "Self-configuring and self-optimizing network (SON) use cases and solutions (Release 9)," wrzesień 2017.
- [2] J. M. Aein, "A Multi-User-Class, Blocked-Calls-Cleared, demand Access Model", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 26.3, 1978, s. 378 – 385.
- [3] T. Ahmed, K. Kyamakya i M. Ludwig, "Architecture of a Context-Aware Vertical Handover Decision Model and Its Performance Analysis for GPRS - WiFi Handover", w: *Proceedings of 11th IEEE Symposium on Computers and Communications*, czerwiec 2006, s. 795 – 801.
- [4] H. Akimaru i K. Kawashima, "Teletraffic: Theory and Application", *Springer-Verlag*, London 1999.
- [5] H. Akimaru i H. Takahashi, "An Approximate Formula for Individual Call Losses in Overflow Systems", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 31.6, czerwiec 1983, s. 808 – 811.
- [6] G.R. Ash, "Dynamic Routing in Telecommunications Networks", *McGrawHill Professional*, 1st. edition, New York, listopad 1997.
- [7] B. M. Bakmaz i M. R. Bakmaz, "Solving some overflow traffic models with changed serving intensitie", w: *AEU – International Journal of Electronics and Communications*, nr 66.1, styczeń 2012, s. 80 – 85.
- [8] M.E. Beshai i D.R. Manfield, "Multichannel Services Performance of Switching Networks", w: *Proceedings of 12th International Teletraffic Congress*, 1988, s. 857 – 864.
- [9] T. Bonald, L. Massoulié, A. Proutiere i J. Virtamo, "A queueing analysis of max-min fairness, proportional fairness and balanced fairness", w: *Queueing Systems*, nr 53.1, czerwiec 2006, s. 65 – 84.

- [10] T. Bonald i J. Virtamo, "A recursive formula for multirate systems with elastic traffic", w: *IEEE Communications Letters*, nr 9.8, sierpień 2005, s. 753 – 755.
- [11] T. Bonald i J. W. Roberts, "Internet and the Erlang Formula", w: *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, nr 42.1, styczeń 2012, s. 23 – 30.
- [12] S. Börst, R. J. Böcherie i O. J. Böxma, "ERMR: A Generalised Equivalent Random Method for Overflow Systems with Repacking", w: *Proceedings of 16th International Teletraffic Congress*, 1999, s. 313 – 323.
- [13] A. Brandt i M. Brandt, "Approximation for overflow moments of a multiservice link with trunk reservation", w: *Performance Evaluation*, nr 43.4, marzec 2001, s. 259 – 268.
- [14] G. Bretschneider, "Die Berechnung von Leitungsgruppen für berfließenden Verkehr in Fernsprechwählanlagen", German. w: *Nachrichtentechnische Zeitung (NTZ)*, nr 11, 1956, s. 533 – 540.
- [15] G. Bretschneider, "Extension of the Equivalent Random Method to Smooth Traffics", w: *Proceedings of 7th International Teletraffic Congress. Stockholm: Organizing Committee*, 1973.
- [16] E. Brockmeyer, H.L. Halstrom i A. Jensen, "The life and works of A.K. Erlang", w: *Acta Polytechnika Scandinavia*, nr 6.287, 1960.
- [17] G. Brune, "On Delay and Loss in a Switching System for Voice and Data with Internal Overflow", w: *Proceedings of 11th International Teletraffic Congress*, 1985, s. 2.1 – 2.7.
- [18] Y. Chan, J. Guo, E. W.M. Wong i M. Zukerman, "Surrogate models for performance evaluation of multi-skill multi-layer overflow loss systems", w: *Performance Evaluation* nr 104, październik 2016, s. 1 – 22.
- [19] S. P. Chung i J. Ch. Lee, "Performance analysis and overflowed traffic characterization in multiservice hierarchical wireless networks", w: *IEEE Transactions on Wireless Communications*, nr 4.3, maj 2005, s. 904– 918.
- [20] L.E.N. Delbrouck, "On the steady-state distribution in a service facility carrying mixtures of traffic with different peakedness factors and capacity requirements", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 31.11, listopad 1983, s. 1209 – 1211.

- [21] A. Descloux, "On Overflow Processes of Trunk Groups with Poisson Inputs and Exponential Service Times", w: *Bell System Technical Journal*, nr 42.2, marzec 1963, s. 383 – 397.
- [22] E. A. van Doorn i F. J. M. Panken, "Blocking probabilities in a loss system with arrivals in geometrically distributed batches and heterogeneous service requirements", w: *IEEE/ACM Transactions on Networking*, nr 1.6, grudzień 1993, s. 664 – 677.
- [23] Z. Dziong i J. W. Roberts, "Congestion probabilities in a circuit-switched integrated services network", w: *Journal of Performance Evaluation*, nr 7.4, listopad 1987, s. 267 – 284.
- [24] S. Fernandes i A. Karmouch, "Vertical Mobility Management Architectures in Wireless Networks: A Comprehensive Survey and Future Directions", w: *IEEE Communications Surveys Tutorials*, nr 14.1, pierwszy kwartał 2012, s. 45 – 63.
- [25] S. Floyd i V. Paxson, "Difficulties in simulating the internet", w: *IEEE/ACM Transactions on Networking*, nr 9.4, sierpień 2001, s. 392 – 403.
- [26] N. L. S. Fonseca, G. S. Mayor i C. A. V. Neto, "On the equivalent bandwidth of self-similar sources", w: *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 10.2, kwiecień 2000, s. 104 – 124.
- [27] A. Fredericks, "Congestion in Blocking Systems – A Simple Approximation Technique", w: *Bell System Technical Journal*, nr 59.6, lipiec 1980, s. 805 – 827.
- [28] R.J. Gibbens i Y.C. Teh, "Critical time and space scales for statistical multiplexing in multiservice networks", w: *Proceedings of 16th International Teletraffic Congress*, 1999, s. 87 – 96.
- [29] L.A. Gimpelson, "Analysis of mixtures of wide and narrow-band traffic", w: *IEEE Transactions on Communication Technology*, nr 13.3, wrzesień 1953, s. 258 – 266.
- [30] M. Głabowski, i D. Kmiecik, "Modelling Pascal traffic in overflow systems", w: *International Journal of Electronics and Telecommunications*, nr 66.1, styczeń 2020, s. 155 – 161.
- [31] M. Głabowski, i D. Kmiecik, "Modelowanie przelewowego ruchu Pascala", W: *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr LXXXVIII.7, 2019, s. 682 – 687.
- [32] M. Głabowski, D. Kmiecik i M. Stasiak, "Modelling multi-service overflow Pascal traffic", w: *Proceedings of the 2018 IEICE General Conference*, marzec 2018, s. 70 – 71.

- [33] M. Głąbowski, D. Kmieciak i M. Stasiak, "Modelling Overflow Systems with Queuing in Primary Resources", w: *Quality, Reliability, Security and Robustness in Heterogeneous Systems. Qshine 2018. Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering, Springer*, nr 272, marzec 2019, s. 148 – 157.
- [34] M. Głąbowski, K. Kubasik i M. Stasiak, "On Increasing the Accuracy of Modeling Multi-Service Overflow Systems with Erlang-Engset-Pascal Streams", w: *Electronics*, nr 10.4, luty 2021, s. 1 – 26.
- [35] M. Głąbowski, D. Kmieciak i M. Stasiak, "Overflows in multiservice systems", w: *IEICE Transactions on Communications*, nr E102-B.5, 2019, s. 958 – 969.
- [36] M. Głąbowski, "Modelowanie przelewu ruchu w systemach telekomunikacyjnych ze stratami", w: *Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, 2018.
- [37] M. Głąbowski, i D. Kmieciak, "Overflows of elastic traffic" w: *Image Processing & Communications*, nr 22.1, marzec 2017, s. 13 – 26.
- [38] M. Głąbowski, "Modelling of State-dependent Multi-rate Systems Carrying BPP Traffic", w: *Annals of Telecommunications*, nr 63.7–8, sierpień 2008, s. 393 – 407.
- [39] M. Głąbowski, S. Hanczewski i Damian Kmieciak, "Modelowanie mechanizmów równoważenia obciążenia w samooptymalizujących się sieciach komórkowych 4G", w: *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr LXXXIV.8–9, 2015, s. 1191 – 1195.
- [40] M. Głąbowski, S. Hanczewski i M. Stasiak, "Modelling Load Balancing Mechanisms in Self-Optimising 4G Mobile Networks", w: *Proceedings of 21st Asia-Pacific Conference on Communications*, październik 2015, s. 1 – 5.
- [41] M. Głąbowski, S. Hanczewski i M. Stasiak, "Modelling Load Balancing Mechanisms in Self-Optimising 4G Mobile Networks with Elastic and Adaptive Traffic", w: *IEICE Transactions on Communications*, nr E99-B.8, sierpień 2016, s. 1718 – 1726.
- [42] M. Głąbowski, S. Hanczewski i M. Stasiak, "Modelling of Cellular Networks with Traffic Overflow", w: *Mathematical Problems in Engineering 2015*, marzec 2015, s. 1 – 15.

- [43] M. Głabowski, S. Hanczewski i M. Stasiak i Joanna Weissenberg, "Modeling Erlang's Ideal Grading with Multi-rate BPP Traffic", w: *Mathematical Problems in Engineering* 2012, styczeń 2012, s. 1 – 35.
- [44] M. Głabowski, A. Kaliszan i M. Stasiak, "Modeling product-form statedependent systems with BPP traffic", w: *Performance Evaluation*, nr 67, marzec 2010, s. 174 – 197.
- [45] M. Głabowski, A. Kaliszan i M. Stasiak, "Two-Dimensional Convolution Algorithm for Modelling Multiservice Networks with Overflow Traffic", w: *Mathematical Problems in Engineering*, lipiec 2013, s. 1 – 18.
- [46] M. Głabowski, D. Kmiecik i M. Stasiak, "Modelling of Multiservice Networks with Separated Resources and Overflow of Adaptive Traffic", w: *Wireless Communications and Mobile Computing*, sierpień 2018, s. 1 – 17.
- [47] M. Głabowski, D. Kmiecik i M. Stasiak, "Overflow of Elastic Traffic", w: *Proceedings of IEEE International Conference on Broadband Communications for Next Generation Networks and Multimedia Applications*, październik 2016, s. 1 – 6.
- [48] M. Głabowski, K. Kubasik i M. Stasiak, "Modeling of systems with overflow multi-rate traffic", w: *Proceedings of 3rd Advanced International Conference on Telecommunication*, maj 2007.
- [49] M. Głabowski, K. Kubasik i M. Stasiak, "Modeling of systems with overflow multi-rate traffic", w: *Telecommunication Systems*, nr 37.1–3, marzec 2008, s. 85 – 96.
- [50] M. Głabowski, M. Stasiak i J. Weissenberg, "Properties of Recurrent Equations for the Full-availability Group with BPP Traffic", w: *Mathematical Problems in Engineering*, styczeń 2012, s. 1 – 17.
- [51] G. Gordon, "Symulacja systemów", *Wydawnictwa Naukowo-Techniczne*, 1990.
- [52] R. Gurein, H. Ahmadi i M. Naghshineh, "Equivalent Capacity and Its Application to Bandwidth Allocation in High-Speed Networks", w: *Journal on Selected Areas in Communications*, nr 9.7, wrzesień 1991, s. 968 – 981.
- [53] J. P. Haddad i R. R. Mazumdar, "Congestion in large balanced multirate networks", w: *Queueing Systems*, nr 74.2, czerwiec 2013, s. 333 – 368.

- [54] S. Hanczewski, D. Kmieciak, M. Stasiak, J. Weissenberg, "Multiservice Queuing System with Elastic Traffic", w: *Proceedings of the 2016 IEICE General Conference: IEICE*, 2016 s. 46 – 47.
- [55] S. Hanczewski, J. Weissenberg i D. Kmieciak, "Modelowanie analityczne wielosłuogowych, niepełnodostępnych systemów kolejkowych", w: *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8-9, 2016, s. 874 – 878.
- [56] S. Hanczewski, J. Weissenberg i D. Kmieciak, "The new approximative model of multiservice Erlang's ideal grading with queues", w: *Proceedings of IEEE 10th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP 2016)*, lipiec 2016, s. 1 – 5.
- [57] S. Hanczewski, M. Stasiak i J. Weissenberg, "A Queueing Model of a Multi-Service System with State-Dependent Distribution of Resources for Each Class of Calls", w: *IEICE Transactions on Communications*, nr E97-B.8, sierpień 2014, s. 1592 – 1605.
- [58] S. Hanczewski, M. Stasiak i J. Weissenberg, "The Queueing Model of a Multiservice System with Dynamic Resource Sharing for Each Class of Calls", w: *Computer Networks. Communications in Computer and Information Science. Berlin–Heidelberg: Springer*, 2013, s. 436 – 445.
- [59] R.J. Harris, "Concepts of Optimality in Alternate Routing Networks", w: *Proceedings of the 7th International Teletraffic Congress*, 1973.
- [60] H. L. Hartmann i M. Knoke, "The one-level functional equation of multi-rate loss systems", w: *European Transactions on Telecommunications*, nr 14.2, 2003, s. 107 – 118.
- [61] H. Heffes, "Analysis of First-Come First-Served Queuing Systems With Peaked Inputs", w: *Bell System Technical Journal*, nr 52.7, 1973, s. 1215 – 1228.
- [62] U. Herzog i A. Lotze, "Das RDA-Verfahren, ein Streuwertverfahren für unvollkommene Bündel", w: *Nachrichtentechnische Zeitung (NTZ)*, nr 11, 1966, s. 640 – 646.
- [63] A. Hinčin, "Raboty po matematičeskoj teorii massowogo obsluživaniâ", w: *Izdatel'stvo Fiziko-Matiematičeskoj Literatury*, 1963.

- [64] L. R. Hu i S. S. Rappaport, "Personal communications systems using multiple hierarchical cellular overlays", w: *Proceedings of 1994 3rd IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, październik 1994, s. 397 – 401.
- [65] Q. Huang, Y. C. Huang, K. T. Ko i V.B. Iversen, "Loss Performance Modeling for Hierarchical Heterogeneous Wireless Networks With Speed-Sensitive Call Admission Control", w: *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, nr 60.5, kwiecień 2011, s. 2209 – 2223.
- [66] Q. Huang, K. T. Ko i V. B. Iversen, "An Approximation Method for Multiservice Loss Performance in Hierarchical Networks", w: *Managing Traffic Performance in Converged Networks, 20th International Teletraffic Congress. Lecture Notes in Computer Science. Berlin–Heidelberg: Springer*, 2007, s. 901–912.
- [67] Q. Huang, K. T. Ko i V. B. Iversen, "Approximation of Loss Calculation for Hierarchical Networks with Multiservice Overflows", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 56.3, marzec 2008, s. 466 – 473.
- [68] J. Y. Hui, "Resource Allocation in Broadband Networks", w: *Journal on Selected Areas in Communications*, nr 6.9, grudzień 1988, s. 1598 – 1608.
- [69] V. B. Iversen, "Systems with selective overflow and change of bandwidth", w: *Proceedings of IEEE 1st International Conference on Communications in China*, sierpień 2012, s. 694 – 697.
- [70] V. B. Iversen, "Teletraffic Engineering Handbook", *ITU-D SG 2/16 i ITC Draft*, 2001.
- [71] V. B. Iversen, red., "Teletraffic Engineering Handbook", *Geneva: ITU-D, Study Group 2, Question 16/2*, styczeń 2005.
- [72] V. B. Iversen, "Teletraffic Engineering Handbook", *Spraw. tech. Lyngby: Technical University of Denmark*, 2010.
- [73] V. B. Iversen, "The exact evaluation of multi-service loss system with access control", w: *Proceedings of Seventh Nordic Teletraffic Seminar*, sierpień 1987, s. 56 – 61.
- [74] V. B. Iversen, V. Benetis i P. D. Hansen, "Performance of Hierarchical Cellular Networks with Overlapping Cells", w: *Wireless Systems and Mobility in Next Generation Internet. T. 3427. Lecture Notes in Computer Science. Berlin–Heidelberg: Springer*, 2005, s. 7 – 19.

- [75] A. Kaliszan i D. Kmieciak, "System z przelewem ruchu oraz kolejkami w zasobach pierwotnych oraz wtórnych", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, w: nr 8-9, 2018, s. 660 – 665.
- [76] J. S. Kaufman, "Blocking in a Completely Shared Resource Environment with State Dependent Resource and Residency Requirements", w: *Proceedings of Eleventh Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies on One World Through Communications (Vol. 3)*, 1992, s. 2224 – 2232.
- [77] J. S. Kaufman i K. M. Rege, "Blocking in a shared resource environment with batched Poisson arrival processes", w: *Journal of Performance Evaluation*, nr 24.4, luty 1996, s. 249 – 263.
- [78] J. S. Kaufman, "Blocking in a shared resource environment", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 29.10, październik 1981, s. 1474 – 1481.
- [79] J. S. Kaufman, "Blocking with retrials in a completely shared resource environment", w: *Journal of Performance Evaluation*, nr 15.2, czerwiec 1992, s. 99 – 116.
- [80] L. Kaufman, J. B. Seery i J. A. Morrison, "Overflow Models for Dimension PBX Feature Packages", w: *Bell System Technical Journal*, nr 60.5, czerwiec 1981, s. 661 – 676.
- [81] F.P. Kelly, "Notes on Effective Bandwidth", *Stochastic Networks: Theory and Applications. Royal Statistical Society Lecture Notes Series, 4*, 1996.
- [82] P. J. Kühn i M. Mashaly, "Performance of self-adapting power-saving algorithms for ICT systems", w: *Proceedings of 2013 IFIP/IEEE International Symposium on Integrated Network Management (IM 2013)*, maj 2013, s. 720 – 723.
- [83] A. A. Kist i R. J. Harris, "Cost efficient overflow routing for outbound ISP traffic", w: *Proceedings of IEEE Ninth International Symposium on Computers And Communications*, lipiec 2004, s. 876 – 882.
- [84] A. A. Kist i R. J. Harris, "Scheme for alternative packet overflow routing (SAPOR)", w: *Proceedings of Workshop on High Performance Switching and Routing, HPSR*, czerwiec 2003, s. 269 – 274.

- [85] L. Kösten, "Behaviour of Overflow Traffic and the Probabilities of Blocking in Simple Gradings", w: *Proceedings of 8th International Teletraffic Congress*, 1976, s. 425/1–425/5.
- [86] A. Kuczura, "The Interrupted Poisson Process As An Overflow Process", w: *Bell System Technical Journal*, nr 52.3, marzec 1973, s. 437 – 448.
- [87] P. Kühn i M. E. Mashaly, "Multi-Server, Finite Capacity Queuing System with Mutual Overflow", w: *Proceedings of 2nd European Teletraffic Seminar. Karlskrona: Blekinge Institute of Technology*, wrzesień 2013.
- [88] X. Lagrange i P. Godlewski, "Performance of a hierarchical cellular network with mobility-dependent hand-over strategies", w: *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference*, kwiecień 1996, s. 1868 – 1872.
- [89] L. Wan, Z. Guo, i X. Chen, "Enabling efficient 5G NR and 4G LTE coexistence", w: *IEEE Wireless Communications*, nr 26.1, luty 2019, s. 6 – 8.
- [90] D. H. Lehmer, "Mathematical methods in large-scale computing units", w: *Proceedings of the 2nd Symposium on Large Scale Digital Calculating Machinery*, 1949, s. 141 – 146.
- [91] S. Li, D. Grace, J. Wei i D. Ma, "Guaranteed handover schemes for a multilayer cellular system", w: *Proceedings of IEEE 7th International Symposium on Wireless Communication Systems*, wrzesień 2010, s. 300 – 304.
- [92] Y. B. Lin, L. F. Chang i A. Noerpel, "Modeling hierarchical microcell/macrocell PCS architecture", w: *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, czerwiec 1995, s. 405 – 409.
- [93] A. Lotze, "History and development of grading theory", w: *Proceedings of 5th International Teletraffic Congress*, 1967, s. 148 – 161.
- [94] G. Marsaglia, "The Marsaglia random number CDROM : including the diehard battery of tests of randomness", *Florida State University*, 1995.
- [95] J. Matsumoto i Y. Watanabe, "Individual Traffic Characteristics Queueing Systems with Multiple Poisson and Overflow Inputs", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 33.1, styczeń 1985, s. 1 – 9.

- [96] K. S. Meier-Hellstern, "Parcel Overflows in Queues with Multiple Inputs", w: *Proceedings of 12th International Teletraffic Congress, North-Holland*, 1988, s. 3.1 – 3.8.
- [97] J. A. Morrison, "Analysis of Some Overflow Problems with Queuing", w: *Bell System Technical Journal*, nr 59.8, październik 1980, s. 1427 – 1462.
- [98] I. D. Moscholios, M. D. Logothetis i G. K. Kokkinakis, "Connection-dependent threshold model: a generalization of the Erlang multiple rate loss model", w: *Journal of Performance Evaluation*, nr 48, maj 2002, s. 177 – 200.
- [99] I. D. Moscholios, M. D. Logothetis i P. I. Nikolaropoulos, "Engset multirate state-dependent loss models", w: *Performance Evaluation*, nr 59.2 – 3, luty 2005, s. 247 – 277.
- [100] I. D. Moscholios, J. S. Vardakas, M. D. Logothetis i A. C. Boucouvalas, "Congestion Probabilities in a Batched Poisson Multirate Loss Model Supporting Elastic and Adaptive Traffic", w: *Annals of Telecommunications*, nr 68.5, czerwiec 2013, s. 327 – 344.
- [101] F. Nakazawa, H. Soneda, O. Tsuboi, A. Iwakawa, M. Murakami, M. Matsuda i N. Nagao, "Smart power strip network and visualization server to motivate energy conservation in office", w: *Proceedings of IEEE 9th IEEE International Conference on Industrial Informatics*, lipiec 2011, s. 352 – 357.
- [102] T. H. Naylor, "Modelowanie cyfrowe systemów ekonomicznych", *Wydawnictwo Naukowe PWN*, 1975.
- [103] NGMN. Next Generation Mobile Networks Beyond HSPA & EVDO (White Paper). Sprawozdanie techniczne, v3.0. NGMN, 2006.
- [104] I. Norros, "A storage model with self-similar input", w: *Queueing Systems*, nr 16.2, 1994, s. 387 – 396.
- [105] I. Norros, "On the Use on Fractional Brownian Motion in the Theory of Connectionless Networks", w: *Journal on Selected Areas in Communications*, nr 13.6, sierpień 1995, s. 953 – 962.
- [106] C.G. Park i S. . Ryu, "Comparison of loss formulas for a circuit group with overflow traffic", w: *Proceedings of 17th Asia-Pacific Conference on Communications*, październik 2011, s. 422 – 427.

- [107] Ch. G. Park i D. H. Han "Comparisons of loss formulas for a circuit group with overflow traffic", w: *Journal of Applied Mathematics and Informatics*, nr 30.1–2, 2012, s. 135 – 145.
- [108] V. Paxson i S. Floyd, "Wide-Area Traffic: The Failure of Traffic Modeling", w: *Proceedings of SIGCOMM Conference. Folder I: ACM*, sierpień 1994, s. 257 – 268.
- [109] M. Pióro, J. Lubacz i U. Korner, "Traffic engineering problems in multiservice circuit switched networks", w: *Computer Networks and ISDN Systems*. nr 20.1-5, grudzień 1990, s. 127 – 136.
- [110] J. Postel, "Transmission Control Protocol", *RFC 793, Internet Engineering Task Force (IETF)*, wrzesień 1981.
- [111] S. Rácz, B. P. Gerő, G. Fodor, "Flow level performance analysis of a multi-service system supporting elastic and adaptive services", w: *Journal of Performance Evaluation*, nr 49.1–4, wrzesień 2002, s. 451 – 469.
- [112] Y. Rapp, "Planning of Junction Network in a Multi-Exchange Area", w: *Proceedings of 4th International Teletraffic Congress*, 1964, s. 1 – 4.
- [113] Y. Rapp, "The use of computers for network planning", w: *Telecommunication Journal*, nr 12, 1971.
- [114] F. I. D. Rios i K. W. Ott, "Computation of Urban Routing by Computer", w: *Journal of the IEE*, nr 2, 1968.
- [115] J.W. Roberts, "A service system with heterogeneous user requirements – Application to multi-service telecommunications systems", w: *Proceedings of Performance of Data Communications Systems and their Applications*, 1981, s. 423 – 431.
- [116] J.W. Roberts, red., "Performance Evaluation and Design of Multiservice Networks, Final Report COST 224. Brussels", *Commission of the European Communities*, 1992, s. 36 – 44.
- [117] J.W. Roberts, V. Mocchi i I. Virtamo, red., "Broadband Network Teletraffic, Final Report of Action COST 242. Berlin", *Commission of the European Communities, Springer*, 1996.
- [118] K.W. Ross, "Multiservice Loss Models for Broadband Telecommunication Network", w: *Springer*, 1995.

- [119] B. Sanders, W. H. Haemers i R. Wilcke, "Simple approximate techniques for congestion functions for smooth and peaked traffic", w: *Proceedings of 10th International Teletraffic Congress*, 1983.
- [120] R. Schehrer, "On the Calculation of Overflow Systems with a Finite Number of Sources and Full Available Groups", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 26.1, styczeń 1978, s. 75 – 82.
- [121] R. Schehrer, "On the Exact Calculation of Overflow Systems", w: *Proceedings of 6th International Teletraffic Congress*, wrzesień 1970, s. 147/1 – 147/8.
- [122] H. Schulzrinne, S. Casner, R. Frederick i V. Jacobson, "RTP: A Transport Protocol for Real-Time Applications", w: *RFC 3550. Internet Engineering Task Force, RFC (IETF)*, lipiec 2003.
- [123] A. Sgora i D.D. Vergados, "Handoff prioritization and decision schemes in wireless cellular networks: a survey", w: *IEEE Communications Surveys Tutorials*, nr 11.4, grudzień 2009, s. 57 – 77.
- [124] J. F. Shortle, "An equivalent random method with hyper-exponential service", w: *Journal of Performance Evaluation*, nr 57.3, lipiec 2004, s. 409 – 422.
- [125] SIEMENS, "Telephone Traffic Theory Tables and Charts Part 1.", *Spraw. tech. Siemens*, 1970.
- [126] M. A. Šnepš, "Sistemy raspredeleniâ informacii. Metody rasčëta", *Radio i Swâz'*, 1979.
- [127] M. Sobieraj, M. Stasiak, J. Weissenberg i P. Zwierzykowski, "Analytical Model of the Single Threshold Mechanism with Hysteresis for Multi-Service Networks", w: *IEICE Transactions on Communications*, nr E95-B.1, styczeń 2012, s. 120 – 132.
- [128] M. Sobieraj, M. Stasiak i P. Zwierzykowski, "Model of the Threshold Mechanism with Double Hysteresis for Multi-service Networks", w: *Proceedings of 19th International Conference on Computer Networks. T. 291. Communications in Computer and Information Science. Berlin–Heidelberg: Springer*, 2012, s. 299 – 313.
- [129] G. Soni i M. Kalra, "A novel approach for load balancing in cloud data center", w: *Proceedings of IEEE International Advance Computing Conference*, luty 2014, s. 807 – 812.

- [130] G. M. Stamatelos i V. N. Koukoulidis, "Reservation-based Bandwidth Allocation in a Radio ATM Network", w: *IEEE/ACM Transactions on Networking* nr 5.3, czerwiec 1997, s. 420 – 428.
- [131] G.M. Stamatelos i J.F. Hayes, "Admission-control technics with application to broadband networks", w: *Computer Communication*, nr 17.9, wrzesień 1994, s. 663 – 673.
- [132] M. Stasiak, "An approximate model of a switching network carrying mixture of different multichannel traffic streams", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 41.6, czerwiec 1993, s. 836 – 840.
- [133] M. Stasiak, "Blocking probability in a limited-availability group carrying mixture of different multichannel traffic streams", w: *Annales des Télécommunications*, nr 48.1-2, styczeń 1993, s. 71 – 76.
- [134] M. Stasiak, "Combinatorial considerations for switching systems carrying multi-channel traffic streams", w: *Annales des Télécommunications*, nr 51.11–12, listopad 1996, s. 611 – 625.
- [135] M. Stasiak i P. Zwierzykowski, "Usługi w sieciach teleinformatycznych. Materiały do wykładów dla specjalności ITK", *Instytut Elektroniki i Telekomunikacji Politechniki Poznańskiej*, 1999.
- [136] M. Stasiak, "Queuing Systems for the Internet", w: *IEICE Transactions on Communications* nr E99-B.6, czerwiec 2016, s. 1224 – 1242.
- [137] M. Stasiak, M. Głabowski and A. Wiśniewski i P. Zwierzykowski, "Modeling and Dimensioning of Mobile Networks", *Wiley*, 2011.
- [138] R. Syski, "Introduction to Congestion Theory in Telephone Systems (Studies in Telecommunication)", *Elsevier Science Ltd*, 1986.
- [139] F. Tansu i M. Salamah, "An efficient vertical handoff scheme for microcellular and macrocellular interworking", w: *International Journal of Communication Systems*, nr 22.12, grudzień 2009, s. 1495 – 1513.
- [140] M. T. Tapale, R. H. Goudar, M. N. Birje i R. S. Patil, "Utility based load balancing using firefly algorithm in cloud", w: *Journal of Data, Information and Management*, nr 2.4, styczeń 2020, s. 215 – 224.

- [141] S. Tezuka, "Uniform random numbers. Theory and practice", *Kluwer Academic Publishers*, 1995.
- [142] N.D. Tripathi, J.H. Reed i H.F. VanLandinoham, "Handoff in cellular systems", w: *IEEE Personal Communications*, nr 5.6, grudzień 1998, s. 26 – 37.
- [143] R. C. Tuasworthe, "Random numbers generated by linear recurrence modulo two", w: *Mathematics of Computation*, nr 19, maj 1965, s. 201–209.
- [144] J. Tyszer, "Symulacja cyfrowa", *Wydawnictwa Naukowo-Techniczne*, 1990.
- [145] J. Tyszer i J. Rajski, "Modelowanie i Symulacja Cyfrowa", *Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, 1986.
- [146] B. Wallström, "A distribution model for Telephone traffic with varying call intensity, including overflow traffic", w: *Ericsson Technics*, nr 20.2, 1964, s. 183 – 202.
- [147] B. Wallström, "Congestion Studies in Telephone Systems with Overflow Facilities", w: *Ericsson Technics*, nr 22.3, 1966, s. 187 – 351.
- [148] B. Wallström, "Methods for Optimazing Alternative Routing Networks". w: *Ericsson Technics*, nr 1, 1969.
- [149] M. Wang, S. Li, E.W.M. Wong i M. Zukerman, "Performance Analysis of Circuit Switched Multi-Service Multi-Rate Networks With Alternative Routing", w: *Journal of Lightwave Technology*, nr 32.2, styczeń 2014, s. 179 – 200.
- [150] I.H. Weber, "Some traffic characteristics of communication networks with automatic alternate routing", w: *Bell System Technical Journal* nr 41.2, marzec 1962, s. 769 – 786.
- [151] J. Werewka, "Projektowanie symulacji systemów - symulacja systemów zdarzeń dyskretnych", *Wydawnictwo AGH*, 1989.
- [152] R. I. Wilkinson, "Theories of Toll Traffic Engineering in the USA", w: *Bell System Technical Journal* nr 35.2, marzec 1956, s. 421 – 514.
- [153] E. W. M.Wong, A. Zalesky, Z. Rosberg i M. Zukerman, "A new method for approximating blocking probability in overflow loss networks", w: *Computer Networks*, nr 51.11, styczeń 2007, s. 2958 – 2975.

-
- [154] A. Zaman i G. Marsaglia, "A new class of random number generators", w: *The Annals of Applied Probability*, nr 1.3, sierpień 1991, s. 462 – 480.
- [155] J. Zhao, Z. Hu, B. Xiong, L. Yang i K. Li, "Modeling and optimization of packet forwarding performance in software-defined WAN", w: *Future Generation Computer Systems*, nr 106, maj 2020, s. 412 – 425.
- [156] Y. Zhao i E. Gambe, "Analysis on Partial Overflow Queueing Systems with Two Kinds of Calls", w: *IEEE Transactions on Communications*, nr 35.9, wrzesień 1987, s. 942 – 949.
- [157] R. Zieliński R. Wieczorkowski, "Komputerowe Generatory Liczb Losowych", *Wydawnictwa Naukowo-Techniczne*, 1997.