

Streszczenie

Identyfikacja parametrów i weryfikacja doświadczalna modelu matematycznego wybranych nieliniowych układów mechanicznych

W pracy rozważono dwa układy mechaniczne: ruch płaski pojedynczego wahadła fizycznego w stanie nieustalonym oraz ruch przestrzenny wahadła z ruchomym punktem zawieszenia w stanie ustalonym. Model oporu powietrza dla obu zagadnień obejmował trzy składowe siły tłumienia: liniowy (proporcjonalny do prędkości), kwadratowy (proporcjonalny do kwadratu prędkości) i zależny od przyspieszenia (proporcjonalny do przyspieszenia). Ruch rzeczywistych układów zarejestrowano podczas doświadczeń laboratoryjnych.

Głównym celem pracy jest identyfikacja współczynników tłumienia, gdy znany jest ruch układu w pewnych chwilach czasowych na podstawie eksperymentu, a także weryfikacja doświadczalna zastosowanych modeli oporu ośrodka. Współczynniki tłumienia są szacowane za pomocą kilku metod obliczeniowych. Zastosowano metodę bisekcji i jej rozszerzoną wersję, metodę gradientową, oraz metodę najmniejszych kwadratów. Jak wskazują wyniki, największą efektywnością odznacza się metoda gradientowa, zwłaszcza dla układów realizowanych w stanie nieustalonym oraz metoda najmniejszych kwadratów dla układów w stanie ustalonym.

Zgodnie z półempirycznym równaniem Morisona, człon kwadratowy i składnik uogólnionej siły tłumienia zależny od przyspieszenia reprezentują całkowitą siłę wywieraną na ciało, tj. siłę oporu i siłę bezwładności, z uwzględnieniem koncepcji masy dodanej. W modelu siły oporu składnik związany z masą dodaną wydaje się niezbędny do pomyślnego przybliżenia rzeczywistego ruchu wahadła.

W pracy zaprezentowano wyniki identyfikacji współczynników tłumienia dla obu rozważanych układów mechanicznych oraz przedstawiono oszacowanie tych parametrów z zastosowaniem metod statystycznych. Dodatkowo zagadnienie ruchu płaskiego wahadła rozwiązano analitycznie za pomocą metody wielu w dziedzinie czasu.

Abstract

Identification of parameters and experimental verification of the mathematical model of selected nonlinear mechanical systems

Two mechanical systems were considered in this dissertation: the planar motion of a single physical pendulum in the unsteady state and the spatial motion of a pendulum with a movable suspension point in the steady state. The air resistance model for both problems included three components of the dissipative force: linear (proportional to velocity), quadratic (velocity squared), and acceleration-dependent (proportional to acceleration). The motion of the real systems was recorded during laboratory experiments.

The main aim of this dissertation is to identify the damping coefficients based on the motion measurements at certain time instants from the experiment, and to experimentally verify the applied models of air resistance. Damping coefficients are estimated using several computational methods. The bisection method and its extended version, the gradient method, and the least squares method were used. Based on results obtained, the gradient method is the most effective, especially for unsteady-state systems, and the least squares method for steady-state systems.

According to the semi-empirical Morison equation, the quadratic term and acceleration dependent component represent the total force exerted on the body, i.e. the drag force and inertia force including the concept of mass added. In the model of resistive force, the term proportional to acceleration seems to be indispensable for the successful approximation of the real pendulum motion.

The dissertation presents the results of the identification of damping coefficients for both considered mechanical systems and the estimation of these parameters using statistical methods. Additionally, the problem of the motion of a plane pendulum was solved analytically using the method of multiple scales in time domain.